

ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN CİSİM İMGELERİNİN İNCELENMESİ: GEOMETRİK VE UZAMSAL DÜŞÜNME İLE İLİŞKİLER

Uzm. Ayşe Simge Ergin
M.E.B.
asmge@hotmail.com

Doç. Dr. Elif Türnüklü
D.E.Ü. Buca Eğitim Fakültesi
elif.turnuklu@deu.edu.tr

Özet

Bu araştırmanın amacı 8. sınıf öğrencilerinin geometrik cisimler üzerindeki imgeleri ile geometrik ve uzamsal düşünceleri arasındaki ilişkiyi incelemektir. Bu çalışmada nicel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Araştırma İzmir ili'nin bir ilçesinde rasgele örnekleme metoduna göre belirlenen 10 adet resmi ortaokulda öğrenim gören 359 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Nicel veri analizleri sonucunda, öğrencilerin Van Hiele geometri düşünme düzeyleri ile imgeler arasında anlamlı ilişkiler bulunmuştur. Uzamsal düşünmenin geometrik cisimler üzerine etkisi ortaya çıkmıştır. Sonuç olarak cisimlerin öğretiminde yol gösterici ipuçlarına ulaşılmıştır.

Anahtar Sözcükler: Geometrik cisimler, imge, geometrik düşünme, uzamsal düşünme.

INVESTIGATION OF MIDDLE SCHOOL STUDENTS' IMAGES OF SOLIDS: GEOMETRIC AND SPATIAL THINKING RELATIONS

Abstract

The purpose of this study 8th grade students' images of solids objects is to investigate with the relationship between geometric thinking and spatial thinking. In this study, quantitative research method is used. The research has been carried out with 359 students who are attending randomly chosen 10 state secondary schools in a district of İzmir Province. According to the result of quantitative data analysis, there are significant relations between Van Hiele Geometric Thinking levels and images. Spatial thinking has emerged effect on geometric objects. As a result, some teaching implications about solids were raised.

Key Words: Solids, concept image, geometric thinking, spatial thinking.

GİRİŞ

Matematiğin doğal alanı olan geometri ile günlük hayatta oldukça karşılaşmak mümkündür. Küçük yaşlardan itibaren bireyler fark ederek veya etmeyerek çevredeki nesneleri ve şekilleri tanıyarak bu süreç içine girer. Okul çağıyla birlikte bireyler geometriyi kavramsal olarak anlamlandırmaya başlar. Böylelikle matematik eğitimi öğrencilere, fiziksel dünyayı ve sosyal etkileşimleri anlamaya yardımcı olacak bir dil sağlar. Öğrenci içinde yaşadığı çevrede kendi konumunu ve yönünü ifade ederken de aslında geometrinin konum/duruş ve yönler ile ilgili alanına özgü terimleri kullanır (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2005). Özellikle değişen dünya düşünüldüğünde, gündelik hayatta matematiği kullanabilme ve anlayabilme gereksinimin arttığı ve önem kazandığı görülür (MEB, 2009). Bu anlamda fiziksel dünyayı tanımlama yollarından biri olan geometri disiplinin, eğitim programlarında neden geniş bir yer tuttuğu anlaşılır (Tekin, 2007).

Geometri eğitimi genel anlamda öğrencilerin mantıksal ve düşünsel yeteneklerinin gelişimini sağlar (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2006). Aynı zamanda geometrik ve uzamsal düşünme gibi birçok

zihinsel beceri ile de iç içe olduğu anlaşılır. Örneğin geometri derslerinde, öğrencilerin bir şeklin açılmış ya da kapanmış durumlarını zihinde canlandırabilmesi istenir. Böyle durumlarda öğrencilerin, kavramsal yapılar üzerine uzamsal olarak düşünmelerinden bahsedebiliriz. Çünkü uzamsal düşünme, 3 boyutlu uzayda bir ya da daha çok parçadan oluşan cisimleri ve bileşenlerini zihinde hareket ettirilebilme veya zihinde canlandırabilme yeteneği olarak tanımlanmıştır (Turğut, 2007).

Geometrik kavramlar ele alındığında kavramın barındırdığı bir takım özelliklerin, tanımların ve görsel imgelerin bulunduğu görülür (De Villiers, 1998; Fujita, 2012). Geometrinin öğrenilmesi sürecinde öğrencilerden zihninde kendi bilgilerini yapılandırması ya da önceki deneyimleri doğrultusunda yorumlaması beklenir (Avgören, 2011). Geometrik yapıların algılanması ve ifadesi de doğal olarak bireyden bireye farklı olabilmektedir. Bu durum kavram imgesi olarak açıklanabilir. Çünkü kavrama ait zihinsel resim, özellik ve süreçleri içeren bilişsel yapının tümü, “kavram imgesi” olarak adlandırılır (Tall ve Vinner, 1981). Geometrik kavramlar anlaşılırken nesnelerin özelliğine karşılık gelecek şekilde zihinsel temsiller çağırılır. Fischbein (1993)’e göre geometrik kavramlar hem bazı özellikler ile tanımlanabilir hem de görsel bir figüre sahiptir. Böylece öğrencilerin zihinlerinde hem kavramsal hem de figüral olan görüşlere (şekil, yer, konum ve büyüklük) sahip bir yapı belirebilir (Fischbein, 1993).

Geometrinin öğrenilmesi sürecinde öğrencilerden zihnindeki temsiller ile kavramlar arasındaki ilişkiyi kurması beklenir (Vinner, 1991). Fakat bu her zaman eğitimsel açıdan istendik durumda gerçekleşmeyebilir. Kibar (2002) geometrik kavramların, matematik öğretiminin en önemli sorunlarının başında geldiğini söylemektedir. Tall ve Vinner (1981), daha önce karşılaşılan bir kavramla yeni bir ortamda karşılaşmaları durumunda, geçmiş deneyimleriyle birlikte o kavramla ilgili tanımları arka plana, kavram imgesini ön plana atmaya eğilimli olduklarını belirtmiştir. Bu anlamda geometrik yapılar hakkında bireyin kararlarını etkileyen çeşitli unsurlardan bahsedilebilir (Hershkowitz, 1990).

Literatür incelemesinde ülkemizde ortaokul öğrencilerinin geometriye yönelik kavramsal ve ilişkisel boyutlarının araştırıldığı çalışmaların genellikle 2 boyutlu şekiller üzerine olduğu görülmüştür. Öğrencilerin 3 boyutlu cisimler üzerine benzer incelemelerin yapıldığı çalışmalar ise oldukça sınırlıdır. Oysa geometrinin temelinde yer edinen kavramlardan biri olan geometrik cisimler ilköğretimden ortaöğrenime kadar uzanan eğitim sürecinde müfredatlarda yer edinmektedir. İlköğretim matematik programına bakıldığında “geometrik cisimler” konusu 6, 7 ve 8. sınıflarda yer almakta; prizma, piramit, silindir, koni ve kürenin temel elemanları ve cisimlerin açınımlarına ait kazanımlar bulunmaktadır (MEB, 2009).

3 boyutlu cisimler ile ilgili yapılan çalışmalarda genel olarak öğrencilerin zihinlerinde bulunan yapıların ve cisimler üzerine muhakeme etme becerilerinin çeşitli durumlar ile araştırıldığı görülmüştür. Zihinde bulunan yapıların genel anlamda çeşitli özellikler (tanımsal-görsel) ile incelendiği (Sarfaty ve Patkin, 2013; Gökbulut, 2010; Bozkurt ve Koç, 2012; Avgören, 2011) görülmüştür. Cisimler üzerine muhakeme yaparken Van Hiele seviyeleri ile bağlantı kurulduğu (Gutierrez, 1992; Meng ve Idris, 2012), geometri öğrenmelerinin uzamsal (spatial) ilişkiler ile değerlendirildiği (Saads ve Davis, 1997; Ünal, Jakubowski ve Corey, 2009; Pittalis ve Christou, 2010), bilgisayar desteği kullanılarak ilişkilerin incelendiği (Yıldız, 2009) görülmüştür.

Pickreign (2007)’nin aday öğretmenlerin paralelkenarlar arasındaki ilişkileri algılama şeklini belirlemek için yaptığı çalışmada katılımcıların şekillerin görünüşlerinin etkisinde kalıp tanımlama yaptığı görülmüştür. Bu da katılımcıların birçoğunun Van Hiele’nin geometrik düşünme düzeylerinden Görsel düzeyde olduğu sonucuna ulaştırmıştır. Gutierrez (1992) 3 boyutlu geometride görselleme işlemlerinin zihinde hemen ortaya çıktığını ifade etmiştir. Geometrik düşünmeyle ilgili farklı terminolojiler kullanılsa da geometrik düşünmede uzamsal olarak görselleme işlemlerinin önem taşıdığı konusunda ortaklaşa kararlar çıkmaktadır (Pittalis ve Christou, 2010). Hershkowitz (1989), şekil ve cisimleri zihinde canlandırabilmenin geometrideki etkisini iki farklı yönden incelemiştir. Araştırmacı, geometrinin temel kavramları şekil ve cisim olduğu için şekil ve cisimleri zihinde canlandırmanın geometrik kavramların oluşmasında önemli bir yeri olduğunu belirtirken görsel olarak karar vermenin kavramları oluşturmada bireyi sınırlandırdığını vurgulamıştır. Clements (1998) çocukların uzayı ve geometriyi nasıl öğrendikleri ve nasıl düşündükleri üzerine yaptığı çalışmada uzamsal becerisinin çocukların çevrelerinin zihinsel haritalarını oluşturmalarına yardımcı olduğunu belirtmiştir.

Literatür incelemesinde ülkemizde ilköğretim düzeyinde yapılan geometrik cisimlere ait zihinsel yapıların, ilişkisel boyutta incelenmesini ele alan araştırmaların sınırlı sayıda olduğu görülmüştür. Bu anlamda çalışmada, ortaokul öğrencilerinin geometrik cisimlere yönelik imgelerinin uzamsal ve geometrik düşünmeyle ilişkisini incelemek amaçlanmıştır. Bu bağlamda araştırmanın literatüre katkı sağlayacağı ve araştırmalara ışık tutacağı düşünülmektedir.

YÖNTEM

Bu araştırmada 8. sınıf öğrencilerinin geometrik cisimler üzerindeki imgelerinin uzamsal ve geometrik düşünme ile ilişkisini incelemek amaçlanmıştır. Araştırmada geniş bir örnekleme ulaşmak istenildiği için, amaca uygun olarak nicel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Nicel araştırmada öğrencilerin geometrik cisimler ile ilgili sahip olduğu imgelerinin; cinsiyetlerine, geometrik düşünme düzeylerine ve uzamsal performanslarına göre farklılık gösterip göstermediğini araştırmak amacıyla tarama modeli kullanılmıştır. Tarama modelleri genellikle hedef kitlenin bir olay ya da olguyla ilgili var olan performanslarının başka faktörle ilişkileri bakımından incelenmesini sağlar (Büyüköztürk, 2006).

Veri Toplama Araçları

Amaçlanan hedefe uygun olacak şekilde veriler 3 farklı ölçek kullanılarak toplanmıştır. Araştırmada öğrencilerin geometrik cisimlere dair imgelerini incelemek adına geliştirilen “Geometrik Cisim Testi” (Ergin, 2014), Türkçe’ye uyarlanması Duatepe (2000) tarafından yapılan “Van Hiele Geometrik Düşünme Testi” ve Yıldız (2009) tarafından Türkçe’ye çevrilmiş olan “Zihinsel Döndürme Testi” kullanılmıştır.

Geometrik Cisim Testi: “Geometrik Cisim Testi” adı verilen geometrik cisimlere dair imgeleri incelemek adına araştırmacılar tarafından geliştirilmiştir. Test geliştirilmeden önce, öğrencilerin cisimlere yönelik imgelerini araştırmak için konuyla ilgili kazanımlar, ders kitapları, literatür incelenmiştir. Literatür incelemesinde bu konuda kullanılan veri toplama araçlarının ağırlıklı olarak açık uçlu maddelerden oluştuğu anlaşılmıştır. Genel olarak çalışmalarda kavramların tanımları sorularak, görseller kullanılarak ya da modelleri isimlendirmeleri istenerek zihinlerinde yer alan yapıların incelendiği görülmüştür. Bu araştırmada örneklem sayısı düşünüldüğünde açık uçlu soruların değerlendirilmesi sağlıklı olamayacağı düşüncesiyle çoktan seçmeli maddeler tercih edilmiştir.

Bu anlamda öğrencilerin cisim imgelerini ortaya çıkarmak için sekizinci sınıfta okuyan 2 öğrenciyle görüşmeler yapılmış ve teste yön verilmiştir. Soruların kapsam geçerliği ve görünüş geçerliği konusunda uzman görüşünden yararlanılmıştır. Teste son hali verilerek, “Geometrik Cisim Testi”nde sorular genel olarak öğrencilerin geometrik cisimleri tanıma, tanımlama, temel elemanlarını ayırt etme, açınımları belirleme ve cisimleri sınıflandırma becerilerini ortaya çıkarmaya yönelik olarak hazırlanmıştır. Geliştirilen 31 maddelik “Geometrik Cisim Testi” nin pilot çalışması 8. Sınıfta okuyan 189 öğrenciye uygulanarak Finesse Paket programıyla analiz edilmiştir. Analiz edilirken öğrencilerin geometrik cisim testine verdikleri yanıtlardan doğru olanlara 1, yanlış olanlara 0 puan verilmiştir. Sonuç olarak testin KR-20 değeri 0,765 olarak bulunmuştur.

Testte yer alan sorular incelendiğinde koni ile ilgili 3 madde bulunmaktadır. Bu maddelerden biri koniyi görsel olarak tanıma iken diğerleri tanımlama ve açınımları belirlemeye yöneliktir. Silindir ile ilgili 3 madde yer almaktadır: tanımlama, görsel tanıma ve özelliklerini kullanmadır. Testte küre ile ilgili tanımlama ve görsel olarak tanıma dayalı 2 madde bulunmaktadır. Piramit ile ilgili ise 5 madde bulunmaktadır. Bu maddeler; açınımdan yola çıkma, yüz, taban gibi temel elemanlarını belirleme ve karar verme, görsel olarak tanıma aittir. Testte yer alan 10 madde prizmalar ile ilgilidir. Bu maddelerin 2’si kare prizma, 2’si küp, 2’si de dikdörtgenler prizması ile ilgilidir. Bu sorular da genel olarak cisimleri tanımlama, görsel olarak tanıma, temel elemanlarını belirlemeye yöneliktir. Ayrıca cisimlerin genel özelliklerine yönelik olan maddeler de bulunmaktadır. Bu sorularda cisimlerin özellikleri kullanmaları, temel elemanların ne anlama geldiğini ifade etmeleri istenmiştir. Toplamda 31 maddenin yer aldığı çoktan seçmeli test ile öğrencilerin cisimler ile ilgili zihinlerinde yer alan yapıyı dolayısıyla imgelerini ortaya çıkarmak, cisimleri sınıflama yöntemlerini incelemek amaçlanmıştır.

Van Hiele Geometrik Düşünme Testi: Araştırmada geometrik düşünme düzeylerini belirlemek için Usiskin (1982) tarafından geliştirilen ve Türkçeye uyarlanması, geçerliği ve güvenirliği Duatepe (2000) tarafından yapılan “Van Hiele Geometrik Düşünme Testi” kullanılmıştır. Her bir düzey için testin Cronbach Alpha güvenirlik katsayısı Usiskin’in verilerinde .65 ile .79; Duatepe’nin verilerinde ise .51 ile .82 arasında değiştiği görülmektedir.

Van Hiele’nin geometrik düşünme testi beş hiyerarşik düzeyi kapsamaktadır. Her düzey, geometri kavramlarından hangilerinin ne kadarının kazanıldığını değil, insanların geometrideki kavramlar üzerinde nasıl düşündüklerini ve bu düşünce tiplerini belirtir. Van Hiele Geometrik Düşünme Testinde, her bir düşünme düzeyine ait 5 soru olmak üzere toplam 25 çoktan seçmeli soru bulunmaktadır. Bir öğrencinin belli bir düzeye atanabilmesi için beş sorudan en az üçünü doğru yapmış olması (Usiskin, 1982) şartı aranmıştır.

Zihinsel Döndürme Testi: Öğrencilerin uzamsal becerilerini incelemek adına Yıldız (2009) tarafından Türkçe’ye çevrilmiş olan “Zihinsel Döndürme Testi” kullanılmıştır. Bu test ilk defa Vandenberg ve Kuse (1978) tarafından geliştirilmiş, Peters ve diğ. (1995) tarafından yeniden düzenlenerek Mental Rotation Test (Zihinsel Döndürme Testi) adıyla bilinen ölçektir. Dünya çapında kabul görmüş olan bu teste ilişkin güvenirlik katsayısını Yıldız (2009) ilk uygulama için (n=161) 0.71 ve ikinci uygulama için (n=108) 0.66 olarak hesaplamıştır.

Tek boyutlu yapıya sahip olan test 24 sorudan oluşmaktadır. Testte yer alan maddelerde, her bir madde için örnek olarak verilen şeklin farklı yön ve açılarda döndürülmüş hali yer almaktadır. Doğru olan iki ayrı formunun verilen dört seçenek içinde bulunup işaretlenmesi istenmektedir. Puanlama yapılırken de bir sorudaki doğru cevabın her birine 1 puan verilmiş ve testten alınabilecek en yüksek puan 48 olarak hesaplanmıştır.

Evren ve Örneklem

Bu araştırmanın evrenini, İzmir ilinin bir merkez ilçesinde, 8. Sınıfta öğrenim gören öğrenciler oluşturmaktadır. Böylece çalışmanın örneklemini 2013-2014 eğitim öğretim yılında ilçede rasgele seçim işlerine göre belirlenen 10 adet resmi ortaokulda 8. sınıfta öğrenim gören toplam 359 öğrenci ile gerçekleştirmiştir.

Verilerin Analizi

Ölçeklerden elde edilen verilerin analizinde SPSS 15.00 Windows Paket Programından yararlanılmıştır. Geometrik cisim testinden elde edilen puanların cinsiyet değişkeniyle ilişkisini incelemek için t-testi kullanılmış; Van hiele geometri düşünme düzeyi değişkenleriyle ilişkisini incelemek için Varyans analizi (ANOVA), Scheffe kullanılmış; Zihinsel döndürme Testi ile ilişkisini öğrenmek için basit korelasyon kullanılmıştır. Öğrencilerin kişisel bilgilerini, verdikleri doğru cevap sayısını belirlemek için ortalama, frekans ve yüzde değerleri kullanılmıştır. Elde edilen bulguların ışığında istatistiksel anlamlarına dayanarak yorumlar yapılmıştır.

BULGULAR VE YORUM

8. Sınıf öğrencilerinin oluşturduğu geniş bir örnekleimde geometrik cisimler üzerindeki imgelerini incelemek amacıyla hazırlanan Geometrik Cisim Testi’ne ait başarı durumu analiz edilmiştir. Öğrencilerin testten aldıkları puanların ortalaması Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1: Geometrik Cisim Testine Ait Başarı Durumu

Test	N	Min. Puan	Max. Puan	Ortalama	Std. Sapma
Geometrik Cisim	359	5	28	15.93	4.549

Tablo 1’de sekizinci sınıf öğrencilerinin 31 soruluk Geometrik Cisim Testi’ne ait başarı durumu incelendiğinde öğrencilerin testten aldıkları puanların ortalamasının 15.93 olduğu görülmektedir. Bu da testi cevaplayan öğrencilerin soruların yaklaşık yarısını doğru olarak cevapladığını göstermiştir. Sorulara verilen cevaplar tek tek analiz edildiğinde en fazla yanlış yapılan piramidin yanal yüzeylerini tanımasına yönelik soru olmuştur. En fazla doğru yapılan soru ise küreyi görsel olarak tanımayı içeren soru olmuştur. Geometrik cisim testinde yer alan

sorular incelendiğinde 18 soru görsel olarak, geri kalan 13 soru tanımsal olarak yer almıştır. Öğrencilerin görsel ve tanımsal sorulardan aldıkları puanların ortalama ve standart sapmaları ise Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2: Öğrencilerin Görsel ve Tanımsal Sorulardan Aldıkları Puanların Ortalama ve Standart Sapmaları

Sorular	Soru Sayısı	Ortalama	Std. Sapma
Görsel	18	10.306	2.995
Tanımsal	13	5.549	2.205

Tablo 2’ye göre görsel öge bulunan sorulardan öğrencilerin ortalama 10.306 puan aldıkları görülmüştür. Tanımsal sorulardan ise ortalama 5.549 puan aldıkları görülmüştür. Bu durum görsel soruların yarısından fazlası öğrenciler tarafından doğru cevaplanırken, tanımsal soruların yarısından fazlasının yanlış cevaplandığını göstermiştir. Testte yer alan sorular konu gruplarına ayrıldığında ise Tablo 3’te yer alan sonuçlara ulaşılmıştır.

Tablo 3: Geometrik Cisim Testinden Alınan Puanların Konu Grup Bazında Ortalama ve Std. Sapmaları

Konu Grupları	Soru Sayısı	Ortalama	Std. Sapma
Koni	3	1.22	.896
Silindir	3	1.76	.903
Küre	2	1.28	.605
Piramit	5	2.26	1.209
Prizma	10	5.19	2.030
Cisim Genel Özellikler	6	3.17	1.361
Açınım	6	3.00	1.319

Tablo 3’te Geometrik Cisim Testi’nde konu bazında açınım, genel özellikler, koni, piramit, küre, silindir, prizma sorularına ait ortalamalar ve standart sapmalar yer almaktadır.

Koni ile ilgili verilen sorularda öğrenciler ortalama 1.22 puan almıştır. Sorular incelendiğinde öğrencilerin yaklaşık %85’inin koniyi görsel olarak tanıyabildiğini göstermiştir. Diğer sorulara bakıldığında öğrencilerin %60’ından fazlasının koniyi tanımlama ve açınımı yapma konularında yanlışla düştüklerini göstermiştir. Koniye açınım yaparken üçgen veya elips şekillerinin imgelerinde yer aldığı söylenebilir. Silindir ile ilgili sorulardan öğrencilerin aldığı puanların ortalaması 1.76 olarak bulunmuştur. Silindiri görsel olarak tanımayı içeren soruyu öğrencilerin yaklaşık %73’ü doğru cevaplandırmıştır. Ancak öğrencilerin eğik silindiri, silindire örnek gösterememelerinden ya da dairesel yüzeye sahip her cismi silindir olarak isimlendirmesinden kaynaklanan yanlış yanıtlar görülmüştür. Bu durum, cisimlerin tipik modellerinin tercih edilebildiğini işaret etmekle birlikte yüzeylere dair imgelerin bulunduğunu göstermiştir. Silindir ile ilgili tanımsal ifadeler içeren madde ise öğrenciler tarafından en çok yanlış yapılan soru olmuştur.

Küre ile ilgili sorulardan öğrencilerin aldığı puanların ortalaması 1.28’dir. Küre ile ilgili olan tanımsal soruda öğrencilerin %50’sinden fazlası yanlış cevap vermiştir. Buradan öğrencilerin küreyi geometrik cisim olarak görmeme veya prizma ailesini geniş bir aile kabul edip küreyi içine dâhil etme gibi düşünceleri olduğunu

söyleyebiliriz. Öğrencilerin piramitlerle ilgili yer alan 5 sorudan ortalama 2.26 puan aldıkları görülmüştür. Piramitlerin tabanları ile ilgili sorularda öğrencilerin yaklaşık yarısının yanlış yaptığı görülmüştür. Piramitlerde taban ve yüz kavramı ile ilgili sorunların yaşandığı anlaşılmıştır. Prizma ile ilgili yer alan sorulardan öğrencilerin aldığı puanların ortalaması 5.19'dur. Görsel olarak verilen geometrik cisimlerden prizma olmayanı seçmesi istenilen soruda öğrencilerin %45.4' ünün yanlış cevap verdiği görülmüştür. Bu durum prizma imgelerindeki bazı sorunlara işaret etmiştir. Nedeni olarak küpü prizma ailesi dışında bir yerlere koyma, prizmayı özel bir cisim olarak düşünme veya bazı prizma çeşitlerinin imgelerinde yer almaması söylenebilir. Geometrik cisimlerin genel özellikleriyle ilgili sorulardan öğrencilerin ortalama 3.17 puan aldıkları görülmüştür. Geometrik cisimleri geometrik şekillerden ayırma yapmaları istenilen soruda öğrencilerin yaklaşık % 60'ının bu ayrımı yaptığı görülmüştür. Geri kalan öğrencilerin yıldız şeklini günlük hayatta cisim olarak görmesi dolayısıyla da 2 boyutlu bir şekil değil de geometrik cisim olarak adlandırmasından kaynaklanabilir. Ayrıca yüzeyde dik durmayan cisimlerin geometrik cisim olamayacağı düşüncelerinin de olabildiği ortaya çıkmıştır.

Geometrik cisimlerin açınımları ile ilgili 6 sorudan öğrenciler ortalama 3 puan almışlardır. Açınımlarında dikdörtgensel bölge bulunan cisimleri seçmesi istenen soruda yanlışların silindirin veya üçgen prizmanın açınımdan kaynaklanabileceği düşünülmüştür. Cisimlerin temel elemanlarından ayırma, köşe, yüz, taban ile ilgili yer alan sorularda ise öğrencilerin sorunlar yaşandığını göstermiştir. Özellikle ayırma ne anlama geldiğini inceleyen soruda öğrencilerin sadece yaklaşık % 29.8' i doğru olarak cevap vermiştir. Geometrik cisim testinden alınan puanların cinsiyet değişkenine göre incelemek için Bağımsız (İlişkisiz) Örneklem t-Testi (Independent Samples t-Test) uygulanmıştır. t-testi uygulanmasının sebebi, bağımsız değişken olan cinsiyetin, kız-erkek şeklinde kategorik veri olmasıdır. Öğrencilerin cinsiyetlerine göre Geometrik Cisim Testinden aldıkları puanların ortalamaları, standart sapmaları ve t-testi sonuçları Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4: Cinsiyete Göre Geometrik Cisim Testi Puanlarının Ortalamaları Standart Sapmaları ve t- Testi Sonuçları

Cinsiyet	N	$\bar{X}$	SS	Sd	T	P	Anlamlılık Düzeyi
Kız	174	15.97	4.429	357	.165	.869	p>.05
Erkek	185	15.89	4.671				Fark Önemsiz

Tablo 4 incelendiğinde öğrencilerin Geometrik Cisim Testi'nden aldıkları puanların ortalaması, kız öğrenciler için 15.97 erkek öğrenciler için 15.89 olarak bulunmuştur. T-testi sonuçlarına göre, geometrik cisim testi puanları arasında cinsiyet açısından istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık yaratmadığı yönündedir ($t(357) = .165, p > .05$).

Öğrencilerin Geometrik Cisim Testinden aldığı puanlar ile Van Hiele geometri düşünme düzeyleri arasında ilişkiyi incelemek için tek yönlü varyans analizi (ANOVA) ile yapılmıştır. "Tek yönlü" terimi grupları birbirinden ayıran tek özellik olduğu, ya da grupların tek değişkenin değerleri ile ayrıldığı anlamına gelmektedir. Bundan dolayı bu alt problemde, bağımsız değişken olan geometrik düşünmeye bağlı olarak elde edilen 4 grup olduğu için geometrik cisim testinden aldıkları puanların ortalamaları tek yönlü varyans analizi ile incelenmiştir.

Tablo 5 incelendiğinde öğrencilerin en çok görsel düzeye atandığı görülmüştür. Farklı geometri düşünme düzeylerine sahip olan sekizinci sınıf öğrencilerinin geometrik cisim testinden aldıkları puanların ortalama ve standart sapma değerleri arasında farklar bulunduğu görülmektedir. 3. Düzeyde bulunan öğrencilerin testten aldığı puanların ortalaması 24.125 iken, 0. Düzeyde bulunan öğrencilerininki 12,662'dir.

Tablo 5: Farklı Van Hiele Geometri Düşünme Sahip Olan Öğrencilerin Geometrik Cisim Testinden Aldığı Puan Ortalamaları ve Standart Sapmaları

Düzeyler	N	Ortalama	Std. Sapma
Hiçbir Düzeye Erişemeyen (0. Düzey)	80	12.662	4.176
Görsel Düzey (1. Düzey)	195	16.174	3.887
Analiz Düzeyi (2. Düzey)	76	17.881	4.201
Yaşantıya Bağlı Çıkarım Düzeyi (3.Düzey)	8	24.125	3.482

Tablo 6: Öğrencilerin Van Hiele Geometri Düşünme Düzeylerine Göre Geometrik Cisim Testi Puanlarının Varyans Analizi Sonuçları

Varyansın Kaynağı	Kareler Toplamı	Serbestlik Derecesi	Kareler Ortalaması	F	P
Gruplar Arası	1692.491	3	564.164	35.021	.000
Gruplar İçi	5718.769	355	16.109		
Toplam	7411.259	358			

Tablo 6'da görüldüğü gibi öğrencilerin geometrik cisim testi puanları geometri düşünme düzeylerine göre farklılık göstermektedir ($p < 0.05$). Bu da farklı geometri düşünme düzeylerine sahip olan öğrencilerin geometrik cisim testinden aldıkları puan ortalamaları bağlamında en az iki grubun ortalaması arasında anlamlı fark olduğunu göstermiştir.

Hangi gruba ait öğrencilerinin geometrik cisim testinden aldıkları puan ortalamaları arasında fark bulunduğunu belirlemek için ikili karşılaştırma testlerinden yararlanılmıştır. İkili karşılaştırma testlerinden hangisinin kullanılacağına ise (grupların varyanslarının homojen olup olmadığını gösteren) Levene testi sonucuna bakarak karar verilmiştir. Analiz sonucunda sekizinci sınıf öğrencilerinin geometrik cisim testinden aldıkları puanlara ilişkin varyansların homojen olduğu (Levene istatistiği=.161; serbestlik dereceleri = 3 ve 355; $p > .05$) görülmüştür. Bu nedenle varyansları homojen olan grupların ikili karşılaştırılmasında kullanılan ikili karşılaştırma testlerinden gruptaki birey sayıları eşit olmadığında da kullanılabilmesi nedeniyle Scheffe testinden yararlanılmıştır ve Tablo 7'de gösterilmiştir.

Tablo 7: Öğrencilerin Van Hiele Geometri Düşünme Düzeylerine Göre Geometrik Cisim Testi Puanlarının Scheffe Testi ile Karşılaştırılması

Düzey 1 (I)	Düzey 2 (J)	Ortalama Farkı (I-J)	P
Atanamayan	Görsel	- 3.51186*	.000
	Analiz	- 5.21908*	.000
	Yaşantıya Bağlı Çıkarım	- 11.46250*	.000
Görsel	Atanamayan	3.51186*	.000
	Analiz	-1.70722*	.010
	Yaşantıya Bağlı Çıkarım	- 7.95064*	.000

Analiz	Atanamayan	5.21908*	.000
	Görsel	1.70722*	.010
	Yaşantıya Bağlı Çıkarım	- 6.24342*	.000
Yaşantıya Bağlı Çıkarım	Atanamayan	11.46250*	.000
	Görsel	7.95064*	.000
	Analiz	6.24342*	.000

(* p< .05 anlamlı)

Cisim Testi'nden alınan puanların geometri düşünme düzeylerine göre hangi alt gruplar arasında farklılaştığını belirlemek üzere yapılan tek yönlü varyans analizi (ANOVA) sonrası post-hoc Scheffe testi sonucunda her alt boyut arasında istatistiksel olarak anlamlı farklılıklar görülmüştür (Tablo7). Geometri düşünme testinde hiçbir düzeye atanamayan öğrenciler ile yaşantıya bağlı çıkarım düzeyindeki öğrenciler arasında yaşantıya bağlı çıkarım düzeyindeki öğrenciler lehine ($p=.000<.05$) düzeyinde anlamlı bir farklılık saptanmıştır. Ayrıca ortalamalar farkının ($X=11.462$) en fazla olduğu iki alt boyuttur. Görsel düzeydeki öğrenciler ile analiz düzeyindeki öğrenciler arasında görsel düzeydeki öğrenciler aleyhine ($p=.010<.05$) düzeyinde anlamlı farklılık bulunmuştur. Analiz düzeyindeki öğrenciler ile hiçbir düzeye atanamayan öğrenciler arasında analiz düzeyindeki öğrenciler lehine ($p<.05$) anlamlı bulunmuştur. Buna göre öğrencilerin geometri düşünme düzeylerine göre Geometrik Cisim Testi'nden aldıkları puanların farklılaştığı; geometri düşünme düzeyleri arttıkça geometrik cisim testinden alınan puan ortalamalarının da arttığı söylenebilir.

Öğrencilerin uzamsal becerileri ile geometrik cisimlere ait imgeleri arasındaki ilişkiyi incelemek adına uygulanan ölçekler analiz edilmiştir. Öğrencilerin zihinsel döndürme testinden elde ettikleri puanlar ile Geometrik Cisim Testinden aldığı puanlar arasında anlamlı bir ilişki olup olmadığını saptamak için basit korelasyon ile araştırma yapılmıştır.

Tablo 8: Geometrik Cisim Testinden Alınan Puanlar ile ZDT Performansları Arasındaki İlişkinin Analiz Sonuçları

		Geometrik Cisim Testi	Zihinsel Döndürme
		Puanı	Testi Puanı
Geometrik Cisim Testi Puanı	Pearson Korelasyon	1	.450
	P	.	.000**
	N	359	359
Zihinsel Döndürme Testi Puanı	Pearson Korelasyon	.450	1
	P	.000**	.
	N	359	359

Korelasyon katsayısının büyüklük bakımından yorumlanmasında üzerinde tam olarak ortaklaşa aralıklar bulunmamakla birlikte, korelasyon katsayısının, 0.70 – 0.30 arasında olması orta; düzeyde bir ilişki olarak tanımlanabilir (Büyüköztürk, 2006: 32). Tablo 8 incelendiğinde, öğrencilerin geometrik cisim testinden aldıkları puanlar ile zihinsel döndürme testi performansları arasında orta düzeyde, pozitif yönlü ve anlamlı bir ilişki vardır ($r =.450$, $p=.000<.01$). Bu bulgulardan öğrencilerin geometrik cisim testine ait puan ortalamaları arttıkça zihinsel döndürme testi ortalamalarının da arttığı veya zihinsel döndürme testi ortalamaları arttıkça geometrik cisim testi puan ortalamalarının da arttığı sonucuna varılmaktadır.

TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu çalışmada sekizinci sınıf öğrencilerinin geometrik cisimlere yönelik imgelerini geniş bir örnek üzerinde incelemek; geometrik ve uzamsal düşünmeyle arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarmak amaçlanmıştır. Elde edilen

sonuçlar düzlemsel şekillerde olduğu gibi (Berkün, 2011; Baran, 2011; Türnüklü, Gündoğdu-Alaylı ve Akkaş, 2013) öğrencilerin cisim imgelerinde de bazı sorunların olduğu ortaya çıkmıştır. Testte yer alan sorular analiz edildiğinde cisimleri şekillerden ayırt edememe, cisimlerin tanımlarını oluşturmama, görsel olarak tanıyamama ve temel elemanları saptayamama bunlardan bazılarıdır. Bu durumlar farklı düzeyde öğrenciler ve öğretmen adayları ile yapılan çalışmalarla da benzerlik göstermektedir. Ortaöğretim düzeyindeki öğrenciler ile yapılan çalışmada öğrencilerin cisimlerin tipik modelleri tercih ettikleri (Avgören, 2011), matematik öğretmen adayları ile yapılan çalışmada ise prizma tanımlarında kritik özellikleri kullanamadıkları (Bozkurt ve Koç, 2012) görülmüştür. Ayrıca sınıf öğretmeni adaylarının da prizma, piramit, koni ve silindir kavramlarında yanlış kavramalarının olduğu, tanımını yapmakta en zorlandıkları cismin küre olduğu elde edilen sonuçlar arasındadır (Gökbulut, 2010). Bu çalışmada da küre ile ilgili olan tanımsal soruda öğrencilerin yarısından fazlasının yanlış cevap verdiği ortaya çıkmıştır.

Geometrik cisim testinden alınan puanlara bakıldığında öğrencilerin görsel sorularda, tanımsal sorulara göre daha başarılı olduğu görülmüştür. Bu durum öğrencilerin Van Hiele seviyelerinden daha çok “görsel düzey”de kalmalarıyla da açıklanabilir. Ancak öğrencilerin geometrik cisimleri duruş itibarı ile karıştırdıkları, görsel olarak tanıırken eğik veya görüş açısı değiştirilmiş cisimler üzerinde algıların düşük olduğu ortaya çıkmıştır. Berkün (2011) ’ün çokgenler üzerine yaptığı çalışmada, Clements ve Battisha (1992)’nin dikdörtgen-paralel kenar bulgularında duruş farklılığından kaynaklanan benzer sonuçlar bulunmuştur. Konu grupları incelendiğinde geometrik cisimlerin ayırt, yüz, taban gibi temel elemanlara dair sorulardan elde edilen bulgular göstermiştir ki her düzeyden öğrencinin özelliklere yüklediği anlamlar farklı olabilmektedir.

Geometrik Cisim Testi’nden alınan puanların cinsiyet değişkeni açısından incelendiğinde istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık yaratmadığı sonucu ortaya çıkmıştır ($t(357) = .165, p > .05$). Öğrencilerin Van Hiele Geometri Düşünme düzeylerine bakıldığında ise en çok ($n=195$) “görsel düzeyde” oldukları görülmüştür. Bu durum sekizinci sınıf öğrencileriyle yapılan bir başka çalışmada da ortaya çıkmıştır (Oral, İlhan ve Kinay, 2013). Öğrencilerin geometri düşünme düzeyleri ile Geometrik Cisim Testinden aldıkları puanlara bakıldığında anlamlı olarak farklılaştığı; öğrencilerin geometri düşünme düzeyleri arttıkça geometrik cisim testinden alınan puan ortalamalarının da arttığı sonucuna ulaşılmıştır. Geometrik kavramları öğrenen bireylerin Van Hiele’nin ortaya attığı geometrik düşünme düzeyleri ile genellikle ilişki içinde oldukları görülmüştür (Fujita, 2012).

Öğrencilerin Geometrik Cisim testinden aldıkları puanlar ile Zihinsel Döndürme testi performansları arasında orta düzeyde, pozitif yönlü ve anlamlı bir ilişkinin olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Öğrenciler, özellikle uzamsal beceri gerektiren açınımla ilgili soruların sadece yarısında başarılı olabilmıştır. Bu da öğrencilerin uzamsal beceri ile geometrik cisimler konusu arasındaki ilişkiyi göstermiştir. Markey (2009) de çalışmasında görsel-uzamsal becerinin, matematik ve geometrideki başarı düzeyini etkileyen bir faktör olduğunu ortaya koymuştur. Ünal ve diğ. (2009) öğretmen adaylarıyla yaptığı çalışmada da uzamsal becerilerin geometri anlamayı etkilediği sonucuna ulaşılmıştır.

Öğrencilerin uzamsal beceri ile geometri düşünme becerilerini geliştirici etkinliklerin yapılması öğrencilerin cisimlere yönelik imgelerini etkileyen olumlu sonuçlar doğurabilir. Bu çalışma 8. Sınıf öğrencileri ile yapılmıştır. Bu nedenle benzer bir çalışma farklı sınıf düzeyleri ile gerçekleştirilip, imgeler ile ilişkiler incelenebilir. Bu anlamda kavram imgelerini inceleyen ve ilişkisel olarak ortaya çıkan çalışmaların arttırılması önerilebilir.

KAYNAKÇA

Avgören, S. (2011). *Farklı sınıf seviyelerindeki öğrencilerin katı cisimler (prizma, piramit, koni, silindir, küre) ile ilgili sahip oldukları kavra imajı*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.

Baran, S. (2011). *İlköğretim II. kademe öğrencilerinin üçgenler ve geometrik cisimler konusundaki kavram yanlışları*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Van.

Berkün, M. (2011). *İlköğretim 5 ve 7. sınıf öğrencilerinin çokgenler üzerindeki imgeleri ve sınıflandırma stratejileri*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Bozkurt, A. ve Koç, Y. (2012). İlköğretim matematik öğretmenliği birinci sınıf öğrencilerinin prizma kavramına dair bilgilerinin incelenmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 12(4), 2941-2952.

Büyüköztürk, Ş. (2006). *Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı*. Ankara: Pegem Yayıncılık.

Clements, D. H. (1998). *Geometric and spatial thinking in young children*. Arlington, VA: National Science Foundation.

Clements, D. H. & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial understanding. *Handbook of research mathematics teaching and learning*. (Edt: D. A. Grouws). New York: McMillan Publishing Company. pp. 420-465.

De Villiers, M. (1998). To teach definitions in geometry or teach to define? In A. Olivier & K. Newstead (Eds.), *Proceedings of the 22nd conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2 (pp. 248–255).

Duatepe, A. (2000). *An investigation on the relationship between Van Hiele geometric level of thinking and demographic variables for preservice elementary school teachers*. Unpublished master's thesis, Middle East Technical University, Ankara.

Ergin, A. S. (2014). *8. Sınıf öğrencilerinin geometrik cisimler üzerindeki imgeleri ve sınıflama stratejileri*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 24 (2), 139-162.

Fujita, T. (2012). Learners' level of understanding of inclusion relations of quadrilaterals and prototype phenomenon. *The Journal of Mathematical Behavior*, 31, 60-72.

Gökbulut, Y. (2010). *Sınıf öğretmeni adaylarının geometrik cisimler konusundaki pedagojik alan bilgileri*. Yayımlanmamış doktora tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.

Gutierrez, A. (1992). Exploring the links between Van Hiele levels and 3 dimensional geometry. *Structural Topology*, 18, 31-48.

Hershkowitz, R. (1989). Visualization in geometry two sides of the coin, *Focus on learning problems in mathematics*, 11(1), 61–76.

Hershkowitz, R. (1990). Psychological aspects of learning geometry. In P. Nesher & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and Cognition* (pp. 70-95). Cambridge: Cambridge University Press.

Kibar, A. (2002). *Ortaöğretimde geometri dersinin öğretiminde karşılaşılan zorluklar*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Markey, S. M. (2009). *The relationship between visual-spatial reasoning ability and math and geometry problem-solving*. Unpublished doctoral dissertation, American International College, Springfield, Massachuset.

Milli Eğitim Bakanlığı (2005). *İlköğretim matematik dersi (6-7-8. Sınıflar) öğretim programı*. Ankara: MEB Yayınları.

Milli Eğitim Bakanlığı (2009). *İlköğretim matematik dersi (6-8. Sınıflar) öğretim programı*. Ankara: MEB Basımevi.

Meng, C.C. & Idris, N. (2012). Enhancing students' geometric thinking and achievement in solid geometry. *Journal of Mathematics Education*, Vol. 5, No. 1, 15-33.

National Council of Teachers of Mathematics (2006). "Math takes time." NCTM position statement. Retrieved December 10, 2014, from <http://www.nctm.org/about/content.aspx?id=6348>.

Oral, B., İlhan, M. ve Kınay, İ. (2013). 8. sınıf öğrencilerinin geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 34, 2, 33-46.

Peters, M., Laeng, B., Latham, K., Jackson, M., Zaiyouna, R. Richardson, C., et. al. (1995). A redrawn Vandenberg & Kuse mental rotations test: different versions and factors that affect performance. *Brain and Cognition*, 28, 39-58.

Pickreign, J. (2007). Rectangles and rhombi: how well do preservice teachers know them? *IUMPST: The Journal*, 1, 1-7.

Pittalis, M., & Christou, C. (2010). Types of reasoning in 3D geometry thinking and their relation with spatial ability. *Educational Studies in Mathematics*, 75, 191-212.

Saads, S., & Davis, G. (1997). Spatial abilities, van Hiele levels and language use in three dimensional geometry. In E. Pehkonen (Ed.), *Proceedings of the 21st Conference of the international group for the psychology of mathematics education* (Vol. 4, pp. 104-111). Lahti, Finland.

Sarfaty, Y. & Patkin, D. (2013). The ability of second graders to identify solids in different positions and to justify their answer. *Pythagoras*, 34(1), 212-222.

Tall, D. & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151-16.

Tekin, A. T. (2007). *Dokuzuncu ve on birinci sınıf öğrencilerinin zihinde döndürme ve uzamsal görselleştirme yeteneklerinin karşılaştırmalı olarak incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Ankara Üniversitesi, Ankara.

Turğut, M. (2010). *Teknoloji destekli lineer cebir öğretimin ilköğretim matematik öğretmen adaylarının uzamsal yeteneklerine etkisi*. Yayınlanmamış doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Türnüklü, E., Gündoğdu-Alaylı, F. ve Akkaş, E. N. (2013). Investigation of prospective primary mathematic teachers' perceptions and images for quadrilaterals. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 13(2), 1225-1232.

Usiskin, Z. (1982). Van Hiele Levels and achievement in secondary school geometry. *Final Report, Cognitive Development and Achievement in Secondary School Geometry Project*. Chicago: University of Chicago.

Ünal H., Jakubowski, E. & Corey, D. (2009). Differences in learning geometry among high and low spatial ability pre-service mathematics teachers. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, Vol. 40, No. 8, 997-1012.

Vandenberg, S., & Kuse, A. (1978). Mental Rotation, a Group Test of Three-Dimensional Spatial Visualization. *Perceptual and Motor Skills*, 47, 599-604.

Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 14, 293-305.

Yıldız, B. (2009). *Somut materyal kullanımının uzamsal görselleştirme ve zihinsel döndürme becerilerine etkileri*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.