

## KÖKLÜ SAYILARIN BÜYÜKLÜĞÜNE KARAR VEREMEME VE SAYI DOĞRUSUNA YERLEŞTİREMEME

Arş. Gör. Zeki Aksu  
Artvin Çoruh Üniversitesi Eğitim Fakültesi  
[zekiaksu25@artvin.edu.tr](mailto:zekiaksu25@artvin.edu.tr)

Solmaz Damla Gedik  
Atatürk Üniversitesi Eğitim Fakültesi  
[solmazgedik@gmail.com](mailto:solmazgedik@gmail.com)

Doç. Dr. Alper Cihan Konyalıoğlu  
Atatürk Üniversitesi Eğitim Fakültesi  
[ackonyali@atauni.edu.tr](mailto:ackonyali@atauni.edu.tr)

### Özet

Öğrencilerin ve öğretmen adaylarının köklü sayılar ile karşılaştıkları güçlüklerden biri bu sayıların büyüklüklerine karar verememe ve bu sayıları sayı doğrusu üzerinde gösterememelerdir (Özmantar, Bingölbali ve Akkoç, 2008). Birçok matematik öğretmen adayının bile sayı doğrusu üzerinde  $\sqrt{5}$  sayısını göstermekte güçlük çektiği görülmüştür (Sirotic, 1998). Bu çalışmada matematik öğretmen adaylarından  $1-\sqrt{5}$  sayısını sayı doğrusu üzerinde göstermeleri istenmiştir. Çalışmaya 47 son sınıf matematik öğretmen adayı katılmıştır. Çoğu öğretmen adayı  $\sqrt{5}$  sayısının değerini Pisagor teoreminden yararlanarak bulma yolunu kullanmamıştır. Bu nedenle  $1-\sqrt{5}$  sayısının yerini tespit etmede sıkıntılar yaşandığı görülmüştür. Köklü sayıların sayı değerlerinin tahmin edilmesi ve sayı doğrusu üzerinde gösterilmesine yönelik değişik stratejiler kullanılması öğrencilerin bu güçlüğü üstesinden gelmelerine yardımcı olacaktır.

**Anahtar Kelimeler:** Köklü sayılar, matematik alan bilgisi, matematik eğitimi.

## NOT TO DECIDE THE MAGNITUDE OF ROOT NUMBERS AND NOT TO SHOW THESE NUMBERS ON NUMBER LINE

### Abstract

One of the difficulties faced by students and pre service teachers with root numbers is not to decide the magnitude of these numbers and not to show these numbers on a number line. Many pre service mathematics teachers have difficulty even been seen to represent the number  $\sqrt{5}$  on the number line. In this study, to show  $1 - \sqrt{5}$  on the number line was requested from the pre service mathematics teachers. 47 senior class pre service mathematics teachers were participated in this study. Most of the pre service mathematics teachers didn't use to find the value of number  $\sqrt{5}$  by means of Pisagor Theorem. Because of this reason, it was seen problems in determining the place of number  $1-\sqrt{5}$ . Using different strategies will help students to overcome this difficulty in respect of predicting the value of the numbers and to be shown on number line.

**Key Words:** Root numbers, Mathematical Content Knowledge, Mathematics Education.

### GİRİŞ

Matematik eğitimi sürecinde öğrencilerin birçok konuda zorluklar yaşayacağı kaçınılmaz bir gerçektir. Yaşanacak olan bu zorlukların tespit edilmesi ve giderilmesi, öğrenme sürecinde öğrenciye yardımcı olunması ve rehberlik edilmesi, çağdaş eğitimin gereklerinden olduğu kadar öğretmenin de görevleri arasında yer alır (Ersoy ve Ardahan, 2003). Üslü ve köklü sayılarda öğrencilerin tarafından genellikle günlük hayatla ilgisi olmayan ve

içerisinde karışık kavramları barındıran zor bir konu olarak görünmektedir (Özmantar, Bingölbali ve Akkoç, 2008). Bu nedenle bu konular ilgili öğrencilerin karşılaştığı birçok güçlük bulunmaktadır. Özmantar, Bingölbali ve Akkoç (2008) köklü sayılar ile ilgili 9. sınıflar (Cengiz, 2006), 8 ve 9. sınıflar (Orhun, 1988) ve matematik öğretmen adayları (Sirotic, 1988) üzerinde yapılan çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin karşılaştığı güçlükleri şöyle sıralamıştır:

- Köklü sayının büyüklüğüne karar verememe ve sayı doğrusu üzerinde gösterememe.
- Köklü bir sayıyı üslü bir biçimde ifade edememe.
- Her x sayısı için  $\sqrt{x^2} = x$  eşitliğinin doğru olduğunu düşünme.
- Bir sayının karesinin karekökü ile karekökünün karesi arasındaki farkı ayırt edememe.
- Üslü sayıların kareköklerini bulmada zorlanma.
- $\sqrt{x \cdot y} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{y}$  eşitliğinin her x ve y reel sayısı için doğru olduğunu düşünme.
- $\sqrt{x^2 + y^2}$  ifadesinin  $(x + y)$  ifadesine eşit olduğunu düşünme.
- $\sqrt{x \pm y}$  ifadesinin  $\sqrt{x} \pm \sqrt{y}$  ifadesine eşit olduğunu düşünme.
- Köklü terimin kuvvetini alma.
- Köklü sayılarda toplama ve çıkarma işlemi.
- Köklü sayılarda çarpma ve bölme işlemi.

Yukarıda sıralanan güçlükleri aşmak için öğretmenlere büyük sorumluluk düşmektedir. Bu yüzden ilk olarak öğretmen ve öğretmen adaylarının matematik konularında üst düzey bir alan bilgisine sahip olmaları beklenir. Alan bilgisi, öğretilecek veya öğrenilecek konu hakkındaki bilgileri kapsamaktadır (Mishra & Koehler, 2006, p. 1026). Öğretmenlerin kapsamlı bir tabana dayanan alan bilgisine (content knowledge) sahip olmaması öğrencilerin öğrenmelerine engel olabilir. Örneğin, öğrenciler yanlış bilgiler alabilir ve konu hakkında kavram yanlışlarına düşebilirler (National Research Council, 2000; Pfundt, ve Duit, 2000, Akt. Koehler, M. J. ve Mishra, P., 2009).

Köklü sayılar konusunda da öğretmen ve öğretmen adaylarının kapsamlı bir tabana dayanan alan bilgisine ihtiyaç duyacakları şüphesizdir. Fakat birçok matematik öğretmen adayının bile sayı doğrusu üzerinde  $\sqrt{5}$  sayısını göstermekte güçlük çektiği görülmüştür (Sirotic, 1998). Görselleştirmenin kullanılması ve öğrencilerin buna teşvik edilmesi, öğrencilerin problemlere farklı bakmalarını ve problem çözümleri için farklı düşünme tarzları geliştirmelerini sağlayabilir (Konyalıoğlu, Aksu ve Şenel, 2012). Köklü sayıların sayı doğrusu üzerinde gösterilmesi durumu da incelenmesi gereken bir konudur. Bu sebeple bu çalışmada yukarıda belirtilen güçlükler içinden “köklü sayının büyüklüğüne karar verememe ve sayı doğrusu üzerinde gösterememe” güçlüğü üzerinde durulmuştur. Bu çalışmanın amacı matematik öğretmeni adaylarının matematik bilgileri ve oluşturdukları görsel açıklamaları değerlendirmektir.

## YÖNTEM

### Katılımcılar

Araştırmaya Doğu Anadolu bölgesindeki bir üniversitenin Matematik Öğretmenliği Programında okuyan 47 son sınıf öğretmen adayı katılmıştır. Öğretmen adaylarından 15'i erkek öğretmen adayı, 32'si ise kız öğretmen adaydır. Araştırmanın katılımcılarını son sınıfta Özel Öğretim Yöntemleri dersine devam eden öğretmen adayları oluşturmuştur.

### Verilerin Toplanması ve Analizi

Matematik öğretmeni adaylarına beş açık uçlu sorudan oluşan bir test uygulanmıştır. Sorular farklı konulardan seçilmiştir. Bu çalışmada köklü sayılar ile ilgili olan soru üzerinde durulmuştur.

Öğretmen adaylarına sorulan köklü sayılar ile ilgili olan soru:

Soru:  $1 - \sqrt{5}$  sayısını sayı doğrusu üzerinde gösteriniz.

Öğretmen adaylarına soruları cevaplamaları için yeterli süre verilmiş ve toplanan verilerin değerlendirme amaçlı kullanılmayacağı belirtilmiştir. Ayrıca, katılımcılara hiçbir soruyu boş bırakmamaları söylenmiş, eğer soru hakkında hiçbir bilgileri yoksa bunu da test kâğıdına yazmaları belirtilmiştir.

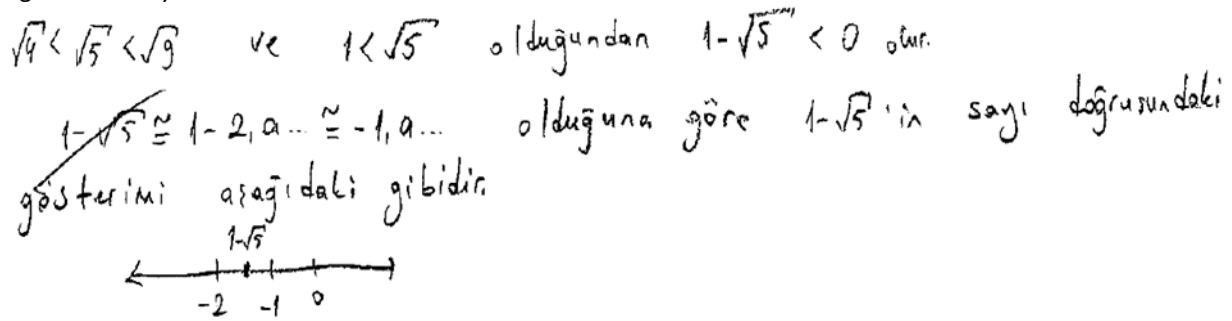
Cevaplar matematiksel açıdan doğru ya da yanlış olmaları açısından değerlendirilmiştir. Ayrıca gösterim yaparken izledikleri yollar incelenmiştir.

### BULGULAR

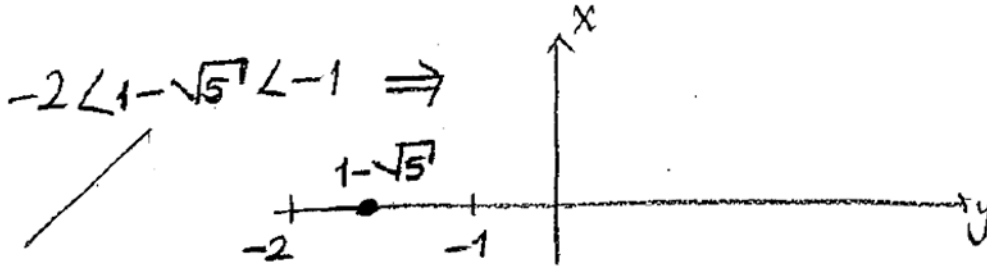
Araştırmaya dahil edilen matematik öğretmen adayları Özel Öğretim Yöntemleri dersini almışlardır. Ayrıca bu ders içerisinde adaylara köklü sayıların yaklaşık olarak hangi sayıya eşit olacağını bulma yolları gösterilmiştir. Öğretmen adaylarından 36 tanesi  $1 - \sqrt{5}$  sayısının yaklaşık olarak değerini bulmuşlardır. 11 öğretmen adayı ise yanlış hesaplamıştır. Fakat öğretmen adaylarından hiçbiri  $1 - \sqrt{5}$  sayısını tam olarak sayı doğrusu üzerinde gösterememiştir.

Öğretmen adaylarından bazıları  $\sqrt{5}$  sayısının, 2 ve 3 sayıları arasında olma durumundan yola çıkarak  $1 - \sqrt{5}$  sayısının da  $-1$  ve  $-2$  arasında olacağını belirtmişlerdir.

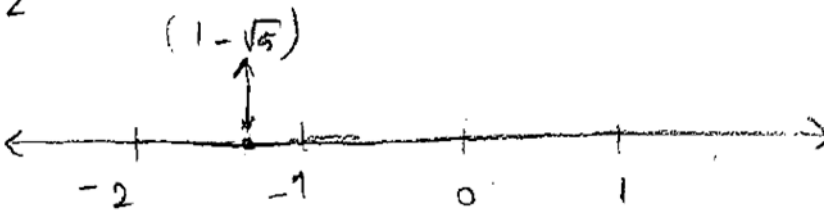
Öğretmen Adayı:



Öğretmen Adayı:

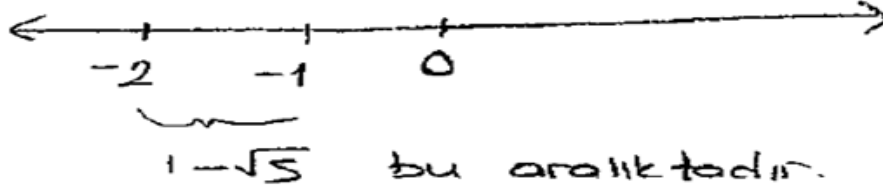


Öğretmen adayı



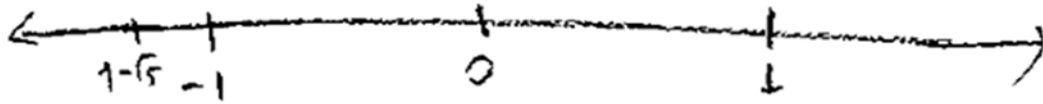
Öğretmen Adayı

$$2 < \sqrt{5} < 3$$

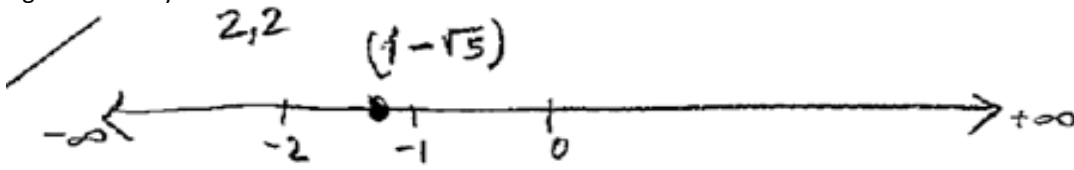


Öğretmen Adayı

$$\sqrt{5} = 2 + \frac{5-4}{2 \cdot 2 + 1} \approx 2 + \frac{1}{5} \approx \frac{11}{5} \approx 2 \frac{1}{5}$$



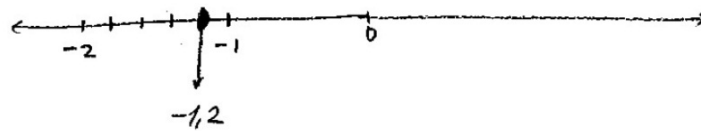
Öğretmen Adayı.



Yukarıdaki alıntılardan görüldüğü üzere öğretmen adaylarının, verilen sayı için herhangi bir hesaplama yapmadıkları, ayrıca sayı doğrusu üzerinde göstermek için herhangi bir yöntem kullanmadıkları görülecektir. Bazı öğretmen adayları ise öğrendikleri yöntemleri kullanarak  $\sqrt{5}$  sayısının değerini hesaplamaya çalışmışlardır. Fakat sayı doğrusu üzerinde gösterme aşamasında herhangi bir yöntem kullanamadıkları görülmüştür.

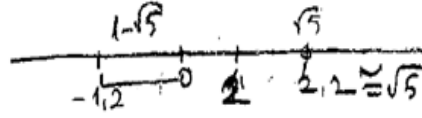
$1 - \sqrt{5}$  sayısını sayı doğrusunda gösteriniz.

$$\sqrt{5} = 2 + \frac{5-4}{2 \cdot 2 + 1} = 2,2 \quad 1 - 2,2 = -1,2$$



Öğretmen adayı.

$$\sqrt{5} \approx 2 + \frac{5-4}{2 \cdot 2+1} = 2 + \frac{1}{5} = \frac{11}{5}$$



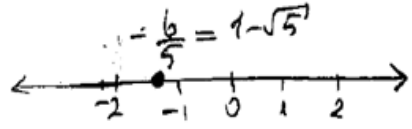
$$1 - \sqrt{5} \approx 1 - \frac{11}{5} = -\frac{6}{5} = -1,2$$

Öğretmen adayı.

$\sqrt{5}$ 'e en yakın ve karekök dışına tem çıkaran sayı  $\sqrt{4}=2$ 'dir

$$\sqrt{5} = \sqrt{4} + \frac{5-4}{2 \cdot \sqrt{4}+1} = 2 + \frac{1}{2 \cdot 2+1} = 2 + \frac{1}{5} = \frac{11}{5}$$

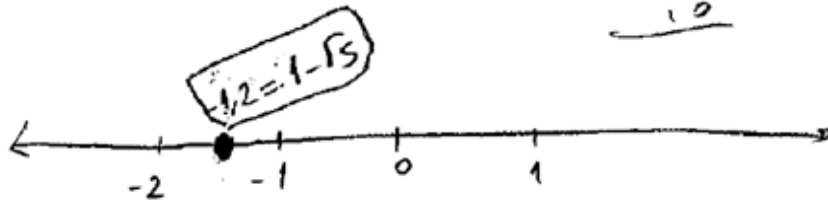
$$1 - \sqrt{5} = 1 - \frac{11}{5} = \frac{5}{5} - \frac{11}{5} = -\frac{6}{5} = -1,2$$



Öğretmen adayı.

$$\sqrt{5} = 2 + \frac{5-4}{2 \cdot 2+1} = \frac{1}{5} + 2 = \frac{11}{5}$$

$$\frac{11}{5} = 2,2$$



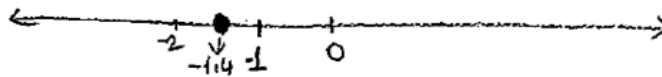
-1,2

Bazı öğretmen adayları ise yukardaki alıntılardan daha farklı sonuçlar bulmuşlar ve yine sayı doğrusu üzerinde gösterirken herhangi bir yöntem kullanmamışlardır.

Öğretmen adayı.

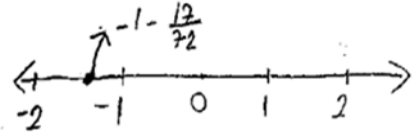
$$\sqrt{5} = 2 + \frac{5-4}{2 \cdot 2+1} \approx 2 + \frac{1}{5}$$

$$1 - \sqrt{5} = 1 - \left( 2 + \frac{1}{5} \right) = -1 - \frac{1}{5} = -\frac{7}{5} = -1,4$$



Öğretmen Adayı.

$$\sqrt{5} = \sqrt{2^2+1} = 2 + \frac{1}{4} - \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{2\left(2+\frac{1}{4}\right)} = \frac{9}{4} - \frac{\frac{1}{16}}{\frac{9}{2}} = \frac{9}{4} - \frac{1}{72} = \frac{161}{72} = 2 + \frac{17}{72}$$

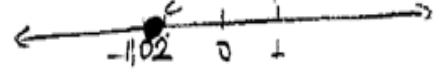
$$1 - \left(2 + \frac{17}{72}\right) = 1 - \frac{161}{72} = -\frac{89}{72} = -1 - \frac{17}{72}$$


Öğretmen Adayı.

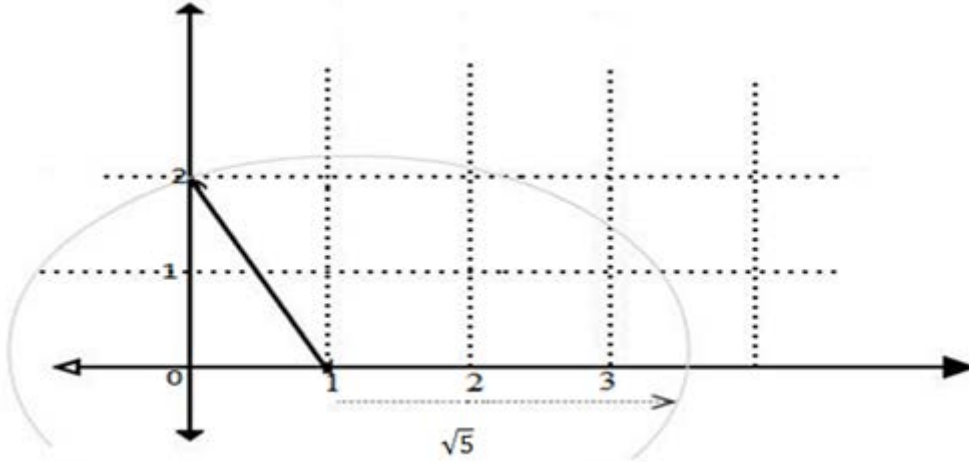
$$\sqrt{5} = 2 + \frac{5-4}{2 \cdot 2+1} \approx 2 + \frac{1}{5} \approx 2,02$$

$$1 - 2,02 \approx -1,02$$

$$0 - 1,02$$



Yukarıdaki alıntılardan görüldüğü üzere öğretmen adayları verilen sayıyı sayı doğrusu üzerinde göstermekte zorlanmışlardır. Hâlbuki Pisagor teoreminden yararlanılarak  $\sqrt{5}$  sayısının değeri (Sirotic, 1998) ve sonra  $1 - \sqrt{5}$  sayısının değeri sayı doğrusunda gösterilebilir.



Şekil 1.  $\sqrt{5}$  sayısının değerinin geometrik olarak bulunması.

## SONUÇ

Bu çalışmada matematik öğretmeni adaylarının köklü sayıları sayı doğrusu üzerinde nasıl gösterebilecekleri yazılı olarak incelenmiştir. Araştırmanın bulguları öğretmen adaylarının açıklamalarının genelde işlemsel düzeyde olduğunu göstermiştir. Öğretmen adaylarının yapmış olduğu gösterimlerin bazıları herhangi bir yöntem kullanmadan matematiksel dayanağı olmayan gösterimlerdir. Bazı öğretmen adayları ise matematiksel dayanağı olan açıklama yapabilirken hiçbir öğretmen adayı sayı doğrusu üzerinde gösterim yaparken çember kullanmamıştır.

Araştırmadan elde edilen bulgular matematik öğretmeni adaylarının araştırılan bu konu üzerinde Matematik Programının hedeflediği şekilde bir öğretim yapabilecek düzeyde matematik bilgisine sahip olmadıklarını göstermektedir.

Öğretmen adayları yeterli düzeyde matematiksel anlamaya sahip olmadıklarında, ilerde öğrencilerine kuralı daha kolay ezberletmek için kaçış yollarına başvurmaktadırlar.

Öğretmen adaylarını matematik programının hedeflediği şekilde öğretmeye hazırlamak için, öğretmen yetiştirme programlarında bu yönde derslere ihtiyaç vardır.

**Not:** Bu çalışma 25-27 Nisan 2013 tarihlerinde Antalya’da 28 Ülkenin katılımıyla düzenlenen “International Conference on New Trends in Education - ICONTE-2013”da sözlü bildiri olarak sunulmuştur.

#### KAYNAKÇA

Konyalıoğlu, C. A., Aksu, Z. ve Şenel, E. Ö. (2012). The preference of visualization in teaching and learning absolute value. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 43(5), 613-626

Mishra, P., & Koehler, M.J. (2006). Technological Pedagogical Content Knowledge: A Framework for Teacher Knowledge. *Teachers College Record*, 108(6), 1017- 1054.

Koehler, M. J., & Mishra, P. (2009). What is technological pedagogical content knowledge? *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 9(1), 60-70.

Sirotic, N. (1998). *Prospective secondary mathematics teachers’ understanding of irrationality*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Simon Fraser Üniversitesi, Kanada.