

7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ORAN ORANTI KONUSUNDA KARŞILAŞTIĞI GÜÇLÜKLERİN İNCELENMESİ

Prof. Dr. Kürşat Yenilmez
Eskişehir Osmangazi Üniversitesi
kyenilmez@ogu.edu.tr

Öğrt. Tuba Kavuncu
MEB
tuba.kavuncu@gmail.com

Özet

Bu araştırmanın amacı ortaokul 7. Sınıf öğrencilerinin oran ve orantı konusunda karşılaştığı güçlüklerin neler olduğunu incelemektir. Araştırmaya Bursa ilinin Osmangazi ilçesinde bir devlet ortaokulunda 7. Sınıfta okuyan 90 öğrenci katılmıştır. Bu amaç doğrultusunda kazanımlara uygun olarak hazırlanmış başarı testi ile nicel veriler, bunun yanında problem durumlarını nasıl yorumladıklarını belirlemek için 10 öğrenci ile yapılan görüşmelerle nitel veriler toplanmıştır. Veri analizi için betimsel istatistik yöntemleri (frekans, yüzde hesabı) kullanılmıştır. Sonuçlar birçok öğrencinin doğru ve ters orantı problemlerinde zorlandıklarını ve iki değişkenin ters mi doğru mu orantılı olduklarına karar veremediklerini göstermiştir. Aynı zamanda öğrencilerin oran- orantı konusunda kavramsal bilgilerinin eksik olduğu gözlenmiştir.

Anahtar Sözcükler: Oran, orantı, orantısal akıl yürütme, karşılaşılan güçlükler.

AN INVESTIGATION OF DIFFICULTIES OF THE SEVENTH GRADE STUDENTS IN THE RATE AND PROPORTION TOPICS

Abstract

The aim of this study is to investigate what the seventh grade students have difficulty in the rate and proportion topics. A total of 90 students who are studying in the seventh grade in a district of Bursa province participated in the study. In accordance with this purpose, quantitative data were collected through the test which was developed according to the goals, besides this, to determine how they interpret problem cases, qualitative data were collected from interviews were conducted with 10 students. In order to analyze data, descriptive statistics, as frequency and percentages, were used. The results showed that lots of the students have difficulty in the direct and inverse proportionality problems and they can't decide whether two variables are direct or inverse proportional. The students have also lack of conceptual information in ratio –proportion concepts.

Keywords: Rate, proportion, proportional reasoning, difficulties encountered.

GİRİŞ

Matematik ile ilgili bilgi ve becerilerin okul hayatını ve okul dışındaki hayatı kolaylaştırmada, kazanılmış olunan akıl yürütme becerilerinin değeri konusunda öğrencilerde farkındalık yaratmak büyük bir önem taşımaktadır (MEB, 2013). Problem çözme stratejileri içinde ayrı bir önem taşıyan akıl yürütme becerisi içerisinde yer alan orantısal akıl yürütme becerisi kendi başına büyük önem taşır. Orantısal akıl yürütmeyi, Flowers (1998) orantıyı anlama ve kullanabilme yeteneği olarak tanımlamaktadır. National Council of Mathematics of Teachers (NCTM) (2000), öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerisine sahip olmalarının önemli olduğunu vurgulamaktadır. Orantısal akıl yürütme becerisine sahip öğrenciler matematiksel sözel problemlere daha farklı boyutlardan bakıp, çözüme ulaşabilirler. Orantısal akıl yürütme, geometri, rasyonel sayılar ve pek çok matematik konularında kullanıldığından ve cebirsel akıl

yürütmenin temeli sayılabileceğinden, okul matematiğinde üzerinde durulması gereken bir beceridir. (Miller, Lincoln ve James, 2000, akt., Akkuş – Çıkla ve Duatepe, 2002).

Orantısal akıl yürütme becerisini geliştirebilmek için kazandırılması gereken oran ve orantı kavramları, ilköğretim ve ortaöğretim seviyesindeki birçok matematik konusu için de önemli bir yere sahiptir (Kayhan, 2005). İki çokluğun birbirine bölümüne oran, iki veya daha fazla oranın eşitliğine orantı denir (MEB, 2016). Programa göre oran - orantı konusu 7 kazanıma sahiptir. Oran orantı konusu birçok matematiksel kavramla ilişkilidir ve kritik akıl yürütme becerilerini içerir (Akkuş ve Duatepe-Paksu, 2006). Bu kazanımların her birini kavramak, daha sonra karşısına çıkacak yüzdeler, faiz problemleri, benzerlik, olasılık, çember parçasının uzunluğu, daire grafikleri... ve daha bir çok konuya temel teşkil eder. Bunun yanı sıra oran, görsel sanatlar dersinde perspektif çizim ve desen çiziminde de mutlaka kullanılması gereken bir konudur (Çağlarca, 1996).

Orantı kavramının kazanılması ve bu kavramın problemde uygulanması ancak orantısal akıl yürütme becerisinin geliştirilmesiyle mümkün olabilir. Orantısal akıl yürütme, oranların karşılaştırılabilmesi ve bu karşılaştırma sonucunda eşdeğer oranları elde edebilme becerisidir. Orantısal akıl yürütme niteliksel düşünme yanında nicel düşünmeyi de gerektirir (Baykul, 2009).

Orantısal akıl yürütme ile ilgili yapılan bazı araştırmalarda çocukların, hatta birçok yetişkinin oran, orantı ve kesir kavramlarında ve özellikle bu kavramların yer aldığı problemlerde zorluklar yaşadıkları görülmüştür (Reiss, Behr, Lesh ve Post, 1985; Heller, Post, Behr ve Lesh, 1989; Singh, 2000). Akkuş – Çıkla ve Duatepe (2002) tarafından öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme becerileri üzerine gerçekleştirilen niteliksel çalışmada birinci sınıf ilköğretim matematik öğretmen adaylarının, orantısal akıl yürütme becerileri, oran-orantı içeren problemlere getirdikleri çözüm stratejileri görüşmeler yolu ile araştırılmıştır. Araştırma sonucunda; öğrencilerin oran-orantı ile ilgili soruları çözebildikleri ancak bu kavramları tanımlayamadıkları görülmüştür.

Orantısal akıl yürütme ile ilgili literatüre göre öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerini değerlendirebilmek için bilinmeyen değeri bulma, sayısal karşılaştırma, karşılaştırma ve niteliksel tahmin türünde problemler geliştirilmiştir (Cramer ve Post, 1993; Duatepe ve Akkuş, 2002; Duatepe ve Akkuş, Kayhan, 2005). Yapılan çalışmalar dikkate alınarak bu çalışmada 7. Sınıf öğrencilerinin oran ve orantı konusundaki kazanımları edinme düzeylerinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Matematik bilim dalı içerisinde birçok konu ve farklı bilim dallarıyla olan ilişkisi düşünüldüğünde öğrencilerin oran-orantı konusuna bakış açılarını anlayabilmek ve kazanımların hangi düzeyde edinildiğini belirleyebilmek için bu çalışma gerekli görülmüştür. Alınacak sonuçların öğretmen ve öğretmen adaylarına oran-orantı konusunun öğretimine ilişkin yol göstermesi beklenmektedir.

YÖNTEM

Bu araştırmada, veri toplama tekniği olarak hem nicel hem nitel boyutları içeren karma yöntem kullanılmıştır. Çalışma, nicel verilerin elde edilmesinden sonra, nitel verilerle desteklenmiştir.

Katılımcılar

Araştırmanın katılımcılarını, Bursa ili merkezindeki bir ortaokulda 7. sınıfta öğrenim görmekte olan öğrenciler arasından seçilen 24'ü erkek 66'sı kız toplam 90 öğrenci oluşturmaktadır.

Veri Toplama Aracı

Araştırma için veri toplama araçları olarak nitel ve nicel veri toplama yöntemleri beraber kullanılmıştır. Araştırmanın nicel verileri için MEB 'in 7. Sınıf oran ve orantı konusunda belirlemiş olduğu 7 kazanıma yönelik 7 soruluk bir başarı testi uygulanmıştır. Araştırmanın nitel verileri, 3 erkek 7 kız toplam 10 öğrenci ile yarı-yapılandırılmış görüşmeler yapılarak elde edilmiştir. Başarı testini çözen öğrenciler arasından seçilen söz konusu öğrencilere problemleri çözmeye sırasındaki düşüncelerini ve problem çözümlerini nasıl yorumladıklarını belirlemek amacıyla "Çözüme nasıl ulaştınız? Sorularda sizi zorlayan kısımlar nelerdi? Kullandığınız yöntemi açıklar mısınız?" soruları sorulmuştur.

Verilerin Analizi

Toplanan verilerde, öğrenciler tarafından çözülen testin cevapları doğru ve yanlış olarak kodlanmış ve SPSS programında analiz edilmiştir. Veri analizi için betimsel istatistik yöntemleri (frekans, yüzde hesabı) kullanılmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşmelerde, sorulara yanlış cevap veren öğrencilerin açıklamaları analiz edilmiştir.

BULGULAR

Nicel Verilere İlişkin Bulgular

Nicel verilere ilişkin bulgular incelendiğinde kazanımları içeren 7 soruya ilişkin SPSS programıyla elde edilmiş betimsel istatistikler Tablo 1’de görülmektedir.

Tablo 1: Katılımcıların Kazanımlara İlişkin Doğru, Yanlış ve Boş Cevap Yüzdeleri

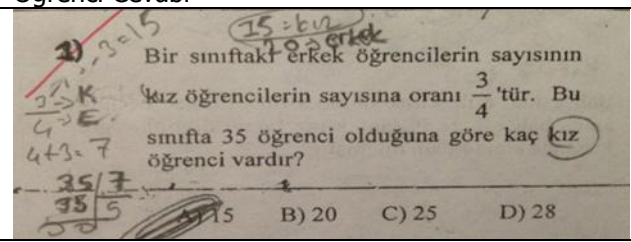
	Doğru		Yanlış		Boş	
	f	%	f	%	f	%
1. kazanım	50	55,6	35	38,9	5	5,6
2. kazanım	21	23,3	60	66,7	9	10,0
3. kazanım	47	52,2	17	18,9	26	28,9
4. kazanım	38	42,2	32	35,6	20	22,2
5. kazanım	35	38,9	13	14,4	42	46,7
6. kazanım	47	52,2	30	33,3	13	14,4
7. kazanım	0	0	14	15,6	76	84,4

Tablo 1 incelendiğinde öğrencilerin en çok 7. kazanımı (Doğru ve ters orantıyla ilgili problemleri çözer.) içeren soruda zorlandıkları görülmektedir. Sorunun hiçbir öğrenci tarafından çözülememesinin sebebi ters ve doğru orantıyı bir arada barındıran, zor bir soru olması olabilir. Öğrencilerin çoğunun sadece doğru orantı kısmında orantıyı doğru kurması, orantı problemleri içerisinde ters orantının daha soyut kalmasından kaynaklanıyor olabilir. Bundan sonra gelen 2. Kazanım (Oranda çokluklardan birinin 1 olması durumunda diğerinin alacağı değeri belirler.) sorusunda diğer sorulara oranla zorlanılmıştır, %60 oranında yapılan hata daha çok dikkatsizlikten kaynaklanmaktadır. % 35 ile anlaşılmakta en çok güçlük çekilen üçüncü soru 5. kazanımı (Doğru orantılı iki çokluğa ait orantı sabitini belirler ve yorumlar.) içeren soru olmuştur. Bu soruda hataya düşen öğrencilerin çoğu oranda toplamsal ilişki aramışlardır, yani kavramsal bilgi eksikliği söz konusudur.

Nitel Verilere İlişkin Bulgular

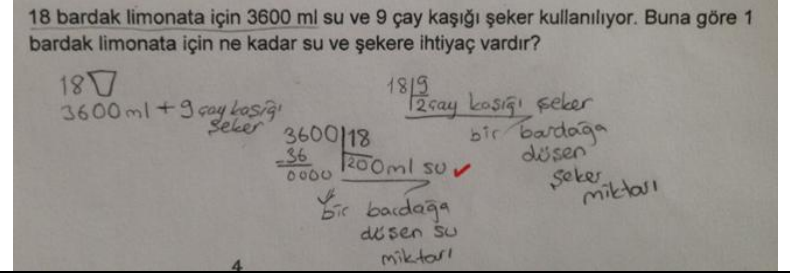
Sorulara verilen cevaplar incelenmiş genelde yapılan hataların ortak olduğu görülmüştür. Öğrencilere ait hatalardan bazıları ve yapılan görüşmelerde öğrencilerden alınan yanıtlar aşağıda verilmiştir.

Tablo 2: Birinci Soruda Yapılan Öğrenci Hatası

Öğrenci Cevabı	Hatası
	İki çokluğun birbirine oranını bulmayı kavrayamamak

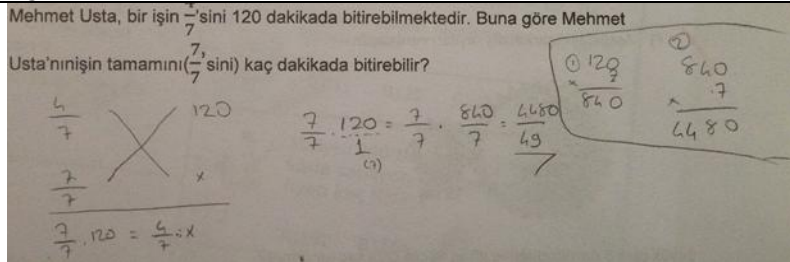
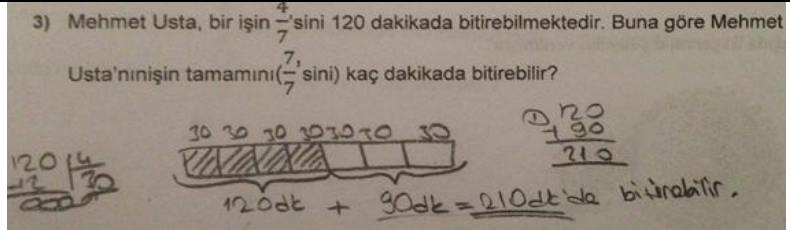
İki çokluğun birbirine olan oranını söylerken yazılış sırası önemlidir, bazı öğrenciler katsayıyı doğru bulabiliyorlar sonuca ulaşamamışlardır. Bu soru için öğrencilerle yapılan görüşmede birkaç dikkatsizlik yaptıklarını kız yerine erkek öğrenci sayısını bulduklarını söylerken bazılarının neden kesirde erkeklerin paya kızların paydaya yazıldığını kavrayamadığı görülmüştür.

Tablo 3: İkinci Soruda Yapılan Öğrenci Hatası

Öğrenci Cevabı	Hatası
	Birim oran tanımını kavrayamamak

Çoğu öğrenci su miktarını doğru bulup soruyu anlamış görünürken, şeker miktarını bulurken yanlış düşmüşlerdir. Yapılan mülakatta "18'i 9'a bölerek 1 bardağa düşen şeker miktarını buldun peki neden 18'i 3600'a bölerek 1 bardağa düşen su miktarını bulmadın?" şeklinde bir soruyla karşılaştıklarında " 9 sayısı 18'e tam bölünmediği için 18 sayısı 9'a bölünmelidir diye düşündüm" şeklinde yanıt vermiştir. Öğrenciler sonuç tam çıkmadığında yanlış yaptıklarını düşündüklerini ifade etmişlerdir.

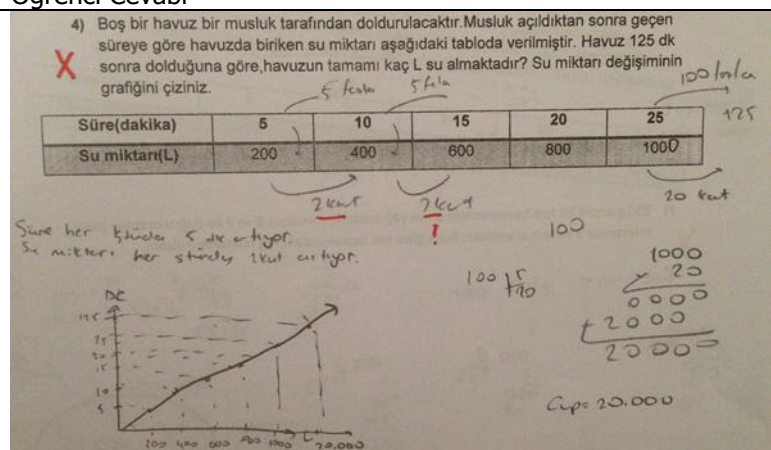
Tablo 4: Üçüncü Soruda Yapılan Öğrenci Hataları

Öğrenci Cevabı	Hatası
	Doğru orantıyı kavrayamamak
	Soruyu doğru çözmüştür. Fakat orantısal akıl yürütme kullanmamıştır, buradaki oranı farkedememiştir.

İki çokluğun birbirine oranını kullanmak yerine çok sayıda öğrenci bir parçası verilen kesrin tamamını bulmayı ya modelleme ya da dört işlem yoluyla sonuca gitmişlerdir. Yapılan görüşmelerde orantıyı doğru kurup içler dışlar çarpımı yapacağını söyleyen öğrencilerin neden olduğunu açıklayamadığı,

ezberden bu yola gittikleri gözlemlenmiştir. Aynı zamanda rasyonel sayıları oranlamanın zor olduğunu ifade etmişlerdir.

Tablo 5: Dördüncü Soruda Yapılan Öğrenci Hatası

Öğrenci Cevabı	Hatası
<p>4) Boş bir havuz bir musluk tarafından doldurulacaktır. Musluk açıldıktan sonra geçen süreye göre havuzda biriken su miktarı aşağıdaki tabloda verilmiştir. Havuz 125 dk sonra dolduğuna göre, havuzun tamamı kaç L su almaktadır? Su miktarı değişiminin grafiğini çiziniz.</p> 	<p>Oranda çarpımsal karşılaştırmalar toplamsal karşılaştırmalar yerine yapmak.</p>

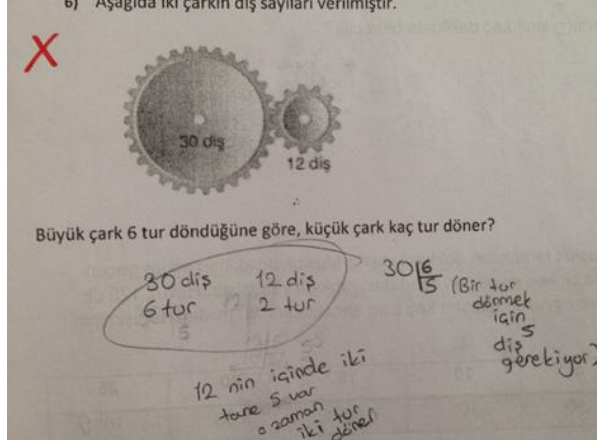
Oran konusunda en çok görülen yanlışlardan biri çarpımsal yerine toplamsal karşılaştırmalarda bulunmaktır. Yukarıdaki öğrenci cevabında şöyle bir mantık kurmuştur: her beş dakikada bir havuzdaki suyun (200 litrenin) ilk 5 dk'da 2 katı, sonraki 5 dk'da 3 katı kadar litre su havuza doluyor ve bu şekilde devam ediyor. 25' den 125'e 100 dk geçmiş yani 5'in 20 katı kadar o halde 1000'inde 20 katı kadar su havuza dolar cevap 20000 L olur demiştir. Söz konusu öğrencinin çarpımsal karşılaştırmalar yapması gerektiğinin farkında olmayıp kavramsal eksikliklere sahip olduğu söylenebilir.

Tablo 6: Beşinci Soruda Yapılan Öğrenci Hatası

Öğrenci Cevabı	Hatası
<p>5) Aşağıda verilen maddeleri inceleyin ve hangilerinin doğru orantılı hangilerinin ters orantılı olduğunu açıklayın.</p> <p>a) $\frac{a}{4} = \frac{b}{5}$ ↓ bölüm durumu olduğu için DOĞRU</p> <p>b) $a \cdot b = 4$ ↓ çarpım durumunda olduğu için TERS</p> <p>c) $\frac{a}{b} = 2$ ↓ bölüm durumu olduğu için DOĞRU</p> <p>d) $a = 3b$ ↓ çarpım durumu olduğu için TERS</p> <p>e) $a = \frac{8}{b}$ ↓ bölüm durumu olduğu için DOĞRU</p>	<p>Orantı sabiti kavramını anlayamamak.</p>

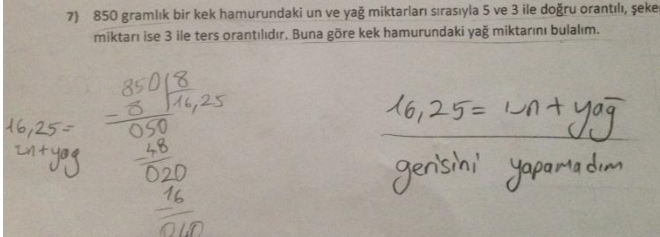
$\frac{a}{b} = k$ ise a ile b doğru orantılı, $a \cdot b = k$ ise a ile b ters orantılı (k orantı sabitidir) bilgisinin mantığını kavrayamadıkları görülmüştür. Yaptıkları ezber a, b ve c maddelerinde onları doğru cevaba götürürken, d ve e maddeleri için aynı şey olmamıştır. Çünkü bu maddeler görünüş olarak onları yanlışta götürmüştür. Görüşmelerde öğrenci "d maddesinde 3 ile b ters orantılıdır, a ile 3b de ters orantılıdır, e maddesinde 8 ile b bölüm durumunda olduğu için doğru orantılıdır." demiştir fakat a ve b için bir şey söyleyememiştir. Başka bir görüşmede görünüş olarak doğru ve ters olduğunu söyledim neden olduğunu açıklayamıyorum cevabı alınmıştır. Görüşme yapılan öğrencilere Orantı nedir? Doğru ve ters orantıyı tanımlar mısın? şeklinde sorular sorulmuş, kesin ve doğru yanıtlar veremedikleri görülmüştür.

Tablo 7: Altıncı Soruda Yapılan Öğrenci Hataları

Öğrenci Cevabı	Hatası
<p>6) Aşağıda iki çarkın diş sayıları verilmiştir.</p> 	Ters orantılı olup olmadığına karar verememek ve orantıyı kuramamak, sonucu tahmin edememek

Yukarıda verilmiş olan öğrenci cevabında doğru orantı yaptığı görülmektedir. Küçük çark daha çok dönmelidir şeklinde orantısal akıl yürütme yapamadığı için sonucunun 6'dan küçük çıkmasını önemsememiştir. Soruyu doğru yapan öğrencilerle görüşmelerde "Büyük çark 6 tur dönerse küçük çark ona yetişmek için daha fazla tur dönmelidir bu yüzden 30'la 6'yı çarptım sonuç 180, 180'i 12'ye böldüm, küçük olan 15 tur atmalıdır." şeklinde yanıt alınmıştır. Yanlış cevaplayan bir başka öğrenciden ise "Küçük çarkın diş sayısı daha az olduğu için daha az dönmelidir" cevabı gelmiştir.

Tablo 8: Yedinci Soruda Yapılan Öğrenci Hataları

Öğrenci Cevabı	Hatası
<p>7) 850 gramlık bir kek hamurundaki un ve yağ miktarları sırasıyla 5 ve 3 ile doğru orantılı, şeker miktarı ise 3 ile ters orantılıdır. Buna göre kek hamurundaki yağ miktarını bulalım.</p> 	Doğru ve ters orantıyı kavramada zorlanmak

Doğru ve ters orantının birlikte kullanılmasını gerektiren bu soruya doğru yanıt veren öğrenci çıkmamıştır. Görüşmelerde öğrencinin verdiği yanıt: "un 5 kat, yağ 3 kat olmalı fakat şeker ters orantılı 3 kat olamaz ona ne demem gerektiğini bulamadım bu yüzden $3k+5k=8k$ dedim 850 gramın içindeki un ve yağ miktarlarını buldum, şekeri bulamadım." şeklinde olmuştur. Görüşme yapılan diğer bir öğrenci ise şu yanıtı vermiştir: "doğru orantı bölüm şeklindeydi o yüzden yağ $k/3$, un $k/5$ şeklinde yazılmalı ters orantı ise çarpım şeklinde yani $3k$ olarak yazılmalıdır." Buradan da öğrencinin doğru sonuca gitmesi mümkün olmamıştır.

SONUÇ VE ÖNERİLER

Araştırmanın sonucunda elde edilen bulgular öğrencilerin oran orantı konusundaki problemlerde en fazla %56'ya yakın bir başarı elde edebildiklerini bu bakımdan genel olarak zorlandıklarını göstermektedir. Doğru yanıt vermiş olan öğrencilerde durumu doğru olarak açıklayamama, ezber bilgileri söyleme gibi sorunlarla karşılaşmıştır. Doğru orantı kurulan problemlerde başarı nispeten ters orantı içeren problemlere göre daha yüksektir. Gerçek hayat problemlerine yer verilerek oranı tahmin yoluyla kurmaları istenmiş fakat başarı burada da düşük olarak ölçülmüştür. Yapılan görüşmelerde öğrencilerin problemde doğru sonuca ulaşamayacağı kanısında olma, oran- orantı problemlerinin zor olduğunu düşünme gibi önyargılara sahip olduğu, çözüme ulaştığında dahi sonucun doğruluğundan emin olmayıp öğrenci için çözümün anlamlı olmadığı farkedilmiştir.

Öğrencilerin oran ve orantı kavramını oluşturmada da hata yaptığı tespit edilmiştir. Bu konuda bazı kavram yanlışlarının görüldüğü daha önceki araştırmalarda da dile getirilmiştir. Umay ve Kaf (2005), öğrencilerin orandaki sayıları ayrı ayrı buldukları fakat bir oran kurmadıklarını gözlemlemiştir. Doğan ve Çetin'in (2009) çalışmalarında benzer sonuçlar elde edilmiş, öğrencilerin "doğru orantılı çokluklar arasında çarpım, ters orantılı çokluklar arasında düz çarpım yapılır" şeklindeki bilgiyi kalıp olarak ezberledikleri, ters ve doğru orantının birlikte yer aldığı soru türlerinde bu bilgilerin nasıl yapılandığını sorgulamadan öğrendikleri gözlemlenmiştir.

Bu araştırma sonucuna göre oran ve orantı problemleri nasıl daha anlaşılır, sevilebilir ve yapılabılır bir konuma gelebilir hususunda önerilerden ilki iki çokluk arasındaki ilişkiyi öğrencinin görmesi için fırsat tanımak, ezbere problemler vermekten çok problem kurmalarını sağlamaktır. Literatür incelendiğinde görülmektedir ki; Matematik ders programlarında ve sınıf içi öğretimlerde problem kurma etkinliklerine yer verilmesi ısrarla önerilmektedir (Brown & Walter, 1993; Kilpatrick, 1987; Moses, Bjork & Goldenberg, 1990; NCTM, 1991; Silver, 1994). Ulusal kaynaklarda da konunun önemi vurgulanmakta ve matematik öğretim programında öğrencilerin problem kurma etkinlikleri üzerinde çalıştırılması önerilmektedir (MEB, 2013).

Konunun öğretimi sırasında kalıp ifadeler vermekten kaçınılmalıdır. Çünkü öğrencilerin öğrendiği bir durumu başka bir problem durumuna aynı şekilde uygulamaya çalıştıkları görülmüştür. Bunun önüne geçmek için de esnek olunmalıdır. Kavram yanlışlarının önüne geçebilmek için farklı bilim dallarıyla ilişki kurulabilir. Örneğin işçi sayısı arttıkça işin yapılma süresi azalır durumunda işçi sayısı yani hızın artmasıyla geçen süre arasındaki ilişki fen bilimlerinde $yol = hız \times zaman$ formülündeki hız ve zamanla ilişkilendirilebilir ayrıca yol ve hız, yol ve zaman arasındaki ilişki grafiklerden de yardım alınarak aktarılabilir.

Sözel problemler genel olarak her düzey öğrencinin zorlandıkları problemlerdir. Oran orantı problemlerinin de anlaşılması oldukça güç olduğundan bol örnek çözülmesi gerekir. Sadece öğrenciler değil öğretmen adaylarının da yaşadığı orantısal düşünme güçlüğü'nün üzerinde durulmalıdır. Bu da oran-orantı konusunun istenilen verimde öğretilmemesinde bir faktör olabilir.

Not: Bu çalışma 26-27 Ekim 2017 tarihlerinde Antalya'da düzenlenen 6'ncı Eğitim ve Öğretim Çalışmaları Dünya Kongresi'nde bildiri olarak da değerlendirilmiştir.

KAYNAKÇA

Akkuş-Çıkla, O. ve Duatepe, A. (2002). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme becerileri üzerine niteliksel bir çalışma, Hacettepe Eğitim Fakültesi Dergisi, 23, 32-40.

Akkuş, O. ve Duatepe-Paksu, A. (2006). Orantısal akıl yürütme becerisi testi ve teste yönelik dereceli puanlama anahtarı geliştirilmesi, Eğitim Araştırmaları, 6, 25, 1-10.

Avcu, S. ve Avcu R. (2010). 6th grade students' use of different strategies in solving ratio and proportion problems, Procedia Social and Behavioral Sciences 9 , 1277-1281.

Baykul, Y., (2009), İlköğretimde Matematik Öğretimi 6-8. Sınıflar, Ankara: Pegem akademi.

Brown, S. I., & Walter, M. I. (Eds.). (1993). Problem posing in mathematics education. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Çağlarca, S. (1996), Perspektif Resim ve Gölge Çizimi, İstanbul:İnkılâp.

Cramer, K., Post T. (1993), "Connecting Research To Teaching Proportional Reasoning" Mathematics Teacher,(86), S. 5, ss. 404 - 407.

Doğan , A. ve Çetin İ. (2009). Doğru ve ters orantı konusundaki 7. ve 9. sınıf öğrencilerinin kavram yanılgıları , Uşak Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi 2/2, 118-128.

Duatepe A., Akkuş-Çıkla O., Kayhan M. (2005), "Orantısal Akıl Yürütme Gerektiren Sorularda Öğrencilerin Kullandıkları Çözüm Stratejilerinin Soru Türlerine Göre Değişiminin İncelenmesi", Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 28: 73-81.

Flowers, J. (1998). A study of proportional reasoning as it relates to the development of multiplication concepts, The University of Michigan, Michigan, unpublished Ed.D thesis.

Kayhan, M., (2005). 6. ve 7. Sınıf Öğrencilerinin Oran-Orantı Konusuna Yönelik Çözüm Stratejilerinin; Sınıf Düzeyine, Cinsiyete ve Soru Tipine Göre Değişiminin İncelenmesi, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

MEB. (2013). Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı (5 – 8. Sınıflar). Ankara: MEB Yayınları.

MEB. (2016). Ortaokul Matematik 7 Ders Kitabı. Ankara: Ada matbaacılık.

Miller, J., Lincoln, F., James, T. (2000), "Proportional Reasoning, Study & Teaching Mathematics Teaching in the Middle School", 5 (5), 310 -314.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Reiss, M., Behr, M., Lesh ,R. ve Post, T. (1985). Cognitive processes and products in proportional reasoning. In L.Streefland, Proceedings of the Ninth International Conference for the Psychology of Mathematics Education, July, Holland (352-356). Cramer, K. ve Post, T. (1993). Connecting research to teaching proportional reasoning. Mathematics Teacher, 86(5), 404 – 407

Umay, A. ve Kaf, Y. (2005). Matematikte Kusurlu Akıl Yürütme Üzerine Bir Çalışma, Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi, 28, (188-195)