

İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENİ ADAYLARININ TEOREMLERİN İFADELERİ İÇİN KURMUŞ OLDUKLARI MATEMATİKSEL MODELLER

Yrd. Doç. Dr. Alper Çiltaş
Atatürk Üniversitesi
alperciltas@atauni.edu.tr

Kübra Yılmaz
Atatürk Üniversitesi
kubrayilmaz_yilmaz@hotmail.com

Özet

Bu çalışma ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel teoremleri matematiksel model olarak ifade edebilme düzeylerini belirlemek amacıyla yapılmıştır. Araştırmanın örneklemini, 2012-2013 eğitim-öğretim yılı güz döneminde doğudaki bir devlet üniversitesinin ilköğretim matematik öğretmenliği bölümü, ikinci sınıfında öğrenim görmekte olan 144 ilköğretim matematik öğretmeni adayı oluşturmaktadır. Çalışmada, nicel yaklaşım içerisinde yer alan deneysel olmayan desenlerden betimsel yöntem kullanılmış ve veriler betimsel istatistik yöntemi ile değerlendirilmiştir. Öğretmen adaylarının vermiş oldukları yanıtlar incelendiğinde ilgili teoremlere uygun matematiksel modeli çizemedikleri veya yanlış çizdikleri görülmüştür. Kavramların özümsemesi ve tam olarak anlaşılması için kişisel olarak ilgili kavrama yönelik matematiksel bir model oluşturulabilmesi önemlidir. Bir ifade ile ilgili kurulan matematiksel modelin anlamının öncüsü olduğu düşünüldüğünde, modellerin öğretiminde kalıcılığı ve başarıyı arttıracaklarını belirtmek yanlış olmayacaktır. Öğretiminde mantıklı bir model seçmek, öğrencinin daha farklı düşünmesine ve kavramla ilgili bir dizi anlam oluşturmaya olanak sağlayacaktır.

Anahtar Kelimeler: Matematiksel model, Teorem, ilköğretim matematik, Öğretmen adayı

MATHEMATICAL MODELS FORMED BY PROSPECTIVE ELEMENTARY MATHEMATICS TEACHERS FOR THE EXPRESSIONS OF THEOREMS

Abstract

The aim of this study was to identify the levels at which prospective elementary mathematics teachers could express the mathematical theorems as mathematical models. The sample of the research was composed of 144 second-year students who were studying at the department of elementary mathematics teaching in a state university in the eastern region of the country in the fall semester of the 2012-2013 academic year. Descriptive method, which is among the non-experimental research designs within the quantitative approach, was used in the study. The data sets were evaluated via descriptive statistics method. When the answers given by the prospective teachers were examined, it was observed that they incorrectly drew or were not able to draw the mathematical model appropriate to the related theorems. It is important to form a mathematical model for the related concept individually in order for the concepts to be internalized and fully understood. When it is considered that a mathematical model formed in relation to an expression is a precursor of understanding, it is not wrong to state that it will increase retention and success in teaching the models. To select a logical method in its teaching will provide opportunity for the student to think much differently and form a number of meanings related to the concept.

Keywords: Mathematical Model, Theorem, Elementary Mathematics, Prospective Teacher

GİRİŞ

Günümüzde bilginin ve teknolojinin hızlı gelişimi ile toplumda her alanda beklentiler değişmekte, bu beklentiler sosyal, siyasi, sağlık ve ekonomi alanında olduğu gibi eğitim alanında da görülmektedir. Eğitim alanında yapılan beklentiler ile uygar, yaratıcı, seçkin, problemlerin üstesinden gelen ve ideal bir insan yetiştirmek amaçlanmaktadır. Başka bir ifade ile toplumu meydana getiren bireylere, çağın gerektirdiği koşulları ve yeterlilikleri kazandırmak, onları gelecek için hazır hale getirmek amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda matematik eğitimcilerinden, gerçek problem durumlarında etkili çözümler üretebilen, matematiği günlük yaşamda kullanabilen, gerçek dünya ile matematik arasındaki ilişkinin farkında olan ve matematikten korkmayan aksine matematiği seven ve ondan zevk alan bireyler yetiştirmeleri beklenmektedir (Doruk, 2010). Diğer ülkelerde de olduğu gibi Türkiye’de de eğitim programlarındaki çağdaşlaşma yolunda çalışmalar sürmekte olup (Okur, Bahar, Akgün & Bekdemir, 2011) Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] tarafından 2005 yılında geliştirilen ve yenilenen matematik dersi öğretim programı, matematiksel düşünme sistemini öğretmek, temel matematiksel becerileri ve bu becerilere dayalı yetenekleri, gerçek hayat problemlerine göre yapılandırma amacı benimsemiştir. Böylece bireylerin yaşamları boyunca gerekli olan temel bilgi ve işlemlerin ezberlenme ile değil, teknoloji ile barışık, disiplinler arası ilişkiler kurabilen, model oluşturma becerilerine sahip, problem çözebilen ve güçlüklerin üstesinden gelebilen bireylerin yetiştirilmesi amaçlanmıştır (Çiltaş, 2011).

Öğrenciler, okulda öğrendikleri bilgileri günlük hayatta nerede ve nasıl uygulayabilecekleri konusunda güçlük yaşamaktadırlar. Öğrenme ortamlarının öğretmen merkezli ve tek düze bir sınıf ortamında olması, öğrencilerin bilgilerini gerçek yaşam problemlerine aktarma üzerinde negatif bir etki oluşturmaktadır. Bu nedenle matematik eğitiminde birçok kavramın veya konuların öğrenciler açısından daha anlamlı hale gelmesi için değişik uygulama alanları ile desteklenmesi gerekmektedir (Bransford, Brown & Cocking, 1999). Bu açıdan bakıldığında matematiksel modeller bir kavramın öğrenilmesinde ve içselleştirilmesinde önemli bir destek noktası oluşturabilir. Doruk’a (2010) göre model, karmaşık sistemleri ve yapıları yorumlamak ve anlamak için zihinde var olan kavramsal yapılar ile bu yapıların dış temsillerinin oluşturduğu bütün olarak tanımlanırken, modelleme bir problem durumunun modeline hizmet eden süreci ifade etmektedir. Başka bir deyişle modelleme, matematiğin bilimsel bilgi üretme yöntemidir. Matematiksel model ise gerçek hayatta karşılaşılan durumların matematiksel olarak ifade edilmesidir. Olkun ve Uçar’a (2007) göre matematiksel bir kavramın modeli, bu kavramın taşıdığı ilişkiyi içinde barındıran bir resim, bir çizim, sembol ya da somut bir araçtır. Bu düşünceden hareketle, Türkiye’de de yaşamında matematiği gerektiği şekilde kullanabilen, gerçek yaşamla matematik arasındaki ilişkiyi kurabilen, karşılaştığı problemlere farklı çözüm yolları üretebilen, analitik düşünebilen, akıl yürütme, ilişkilendirme ve muhakeme yapabilme gibi becerilere sahip bireyler yetiştirmek amacıyla 2005 yılında ilköğretim matematik programı yeniden düzenlenmiştir (MEB, 2005).

İnsanları diğer canlılardan ayıran en önemli özelliklerinden biri de muhakeme yapabilme yeteneğidir (Umay, 2003). İnsanoğlu, muhakeme yeteneği sayesinde birçok faktörü aynı anda düşünüp, yorumlayarak akılcı sonuçlara varıp, verilen hükümlerin doğruluğunu gösterebilmektedir. Matematik, bu yeteneği geliştirmede en önemli disiplinlerden biridir. Bu kapsamda muhakeme, matematiğin temelini oluşturur. Bilim gözlemlerle sonuca ulaşırken, matematik mantıksal muhakeme ile sonuca ulaşır. Matematikte muhakeme ve onun alt ve daha özelleşmiş bir kavramı olarak kanıt yapma öne çıkmaktadır (Arslan, 2007).

Matematik ve kanıt arasında sıkı bir ilişki vardır. Çünkü matematik sadece neyin doğru ve yanlış olduğunu göstermez. Aynı zamanda bir durumun neden doğru ya da yanlış olduğunu veya ne işe yaradığını ikna etme ile de ilgilenir (Hanna, 2000). Son yıllarda yurt dışında kanıt konusunda birçok çalışmanın (Almeida, 2000; Recio &, Godino 2001; Jones, 2000; Knuth, 2002; Raman, 2003; Weber, 2001; Weber, 2003) yapılmış olması matematik eğitiminde kanıtın anlamının ve öneminin giderek arttığını göstermektedir. Matematikte kanıtın yeri ve öneminin artmasıyla birlikte, çeşitli yaş gruplarındaki öğrencilerin kanıt yaparken düşünsel süreçleri ve gelişimleri matematik eğitimi alanında araştırma konusu olmuştur. (Knuth, 2002; Stylianides, 2007). Ancak kanıt yapmak, gerek ilköğretim, gerek orta öğretim ve gerekse yükseköğretim aşamasında olsun, öğrencilerin sıkıntı çektikleri, başarılı olamadıkları, başarılı olamayacaklarına inandıkları, korktukları, genellikle sevilmeyen bir süreç olarak yapılandığı araştırmaların sonucunda ortaya çıkmıştır (Almeida, 2003; de Villiers, 1990; Jones, 2000; Raman, 2003).

Literatüre bakıldığında matematiksel kanıt kavramı ve kanıtlamayla ilgili öğrencilerin birçok zorluklara ve bilgi eksikliklerine sahip oldukları belirtilmekte, öğrencilerin sahip oldukları bu zorluklarının nedenlerinin onların kanıtla ilgili tanımları ve bunları nasıl kullanacaklarını yeterince bilmemeleri (Edwards & Ward, 2004; Knapp, 2005; Moore, 1994; Weber, 2006), kanıtın doğasını, matematiksel kuralları ve kanıt teknik ve stratejilerini anlayamamaları (Gibson, 1998; Weber, 2006) ve mantıksal delil ve matematiksel dili doğru kullanamamalarıdır (Baker & Campbell, 2004; Edwards & Ward, 2004; Knapp, 2005; Moore, 1994). Anapa ve Şamkar (2010) yapmış oldukları bir çalışmada öğretmen adaylarının kanıt yapma konusunda kendilerine yeterince güvenmediklerini ve teoremlerin kanıtlarını incelediklerinde anlayamadıklarını belirlemişlerdir. Moralı, Uğurel, Türnüklü ve Yeşildere (2006) tarafından yapılan diğer bir çalışmada öğretmen adaylarının büyük kısmının kanıt yapmaya yönelik ya görüşlerinin olmadığını ya da görüşlerinin yetersiz olduğunu ortaya çıkarmıştır.

Matematik derslerinde bir kavramın, bir teoremin veya bir ifadenin öğrencilere doğrudan verilmesi bu kavramların, teoremlerin veya ifadelerin öğrenilmesini ve içselleştirilmesini zorlaştırmaktadır. Bunun yerine bu kavram, teorem veya ifadeler öğrencilere matematiksel modeller ile verilmelidir. Bu çalışmalar ve literatür ışığı altında, öğrencilerin kanıtla yönelik olumsuz görüşlerinin bir nedeni olarak verilen teoremin ne anlatmak istediğini algılayamamış olmalarından kaynaklandığı düşünülmektedir. Problem çözmenin ve matematiksel modellemenin ilk aşaması da düşünüldüğünde öncelikle teoremin ifadesinin anlaşılması gerekmektedir. Bu noktada matematiksel modellerin, matematiksel kanıt yapmada öğrencilere yardımcı olacağı düşüncesinden yola çıkarak bu çalışmada ilköğretim matematik öğretmen adaylarının teoremlerin ifadeleri ile ilgili matematiksel model kullanma becerilerine bakılmıştır. Çıkacak sonuçlar ışığı altında kanıt yapmada matematiksel modeller kullanılarak yapılacak bir öğretimin yararlı olup olamayacağı ve bu araştırmanın sonuçlarının tartışılması ile ilerleyen yıllarda bu konudaki eksikliklerin giderilmesine katkı sağlayabileceği düşünülmektedir.

YÖNTEM

Çalışmada, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel teoremleri bir matematiksel model olarak ifade edebilme düzeylerini belirlemek amacıyla nicel yaklaşımın deneysel olmayan desenlerinden betimsel yöntem kullanılmıştır. Betimsel çalışmalar, verilen bir durumu aydınlatmak, standartlar doğrultusunda değerlendirmeler yapmak ve olaylar arasında olası ilişkileri ortaya çıkarmak için yürütülür (Çepni, 2009).

Katılımcılar

Araştırmanın örnekleme, seçkisiz olmayan örnekleme yöntemlerinden uygun örnekleme yöntemi ile belirlenmiştir. Araştırmada uygun örnekleme yönteminin seçilmesinin nedeni, bu yöntemle zaman, para ve işgücü açısından var olan sınırlılıklar nedeniyle örneklemin kolay ulaşılabilir ve uygulama yapılabilir birimlerden seçilmesidir (Büyükoztürk, Kılıç Çakmak, Akgün, Karadeniz & Demirel, 2008). Araştırmanın örneklemini, Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümünde 2012-2013 eğitim-öğretim yılı ikinci sınıfta öğrenim görmekte olan 144 ilköğretim matematik öğrencisi oluşturmaktadır.

Veri Toplama Aracı

Bu çalışmada veri toplama aracı olarak bilgi testi uygulanmıştır. Testler, herhangi bir konuda bireylerin bilgi, başarı ve yeteneklerini belirlemeyi amaçlayan araçlardır. Test, bir kaynak kitaptan (Balci, 2008) ve uzman görüşü alınarak Analiz-I dersi bünyesinde olan 5 teoremden oluşturulmuştur. Bunlar Sandviç, Balzano, Ara Değer, Rolle ve Ortalama Değer teoremleridir. Bu teoremlerin seçilmesinin nedeni matematiksel modele uygun olduklarının düşünülmesidir.

Verilerin Analizi

Çalışmada elde veriler nicel veri analizinden betimsel istatistik yöntemi ile değerlendirilmiştir. Betimsel istatistik, sayıları ve gözlemleri tanımlayıcı indekslere dönüştürür. Verilerde “ne” sorusu üzerinde durur. Betimsel istatistik, verilerin özetlenmesi ve araştırma sonuçlarının yorumlanması için kullanılan en iyi yoldur (Büyükoztürk vd., 2008). Çalışmada öğretmen adaylarının bilgi testine vermiş oldukları yanıtlar “doğru”, “yanlış” “kısmen doğru” ve “boş” şeklinde kategorilere ayrılarak analizlerinde yüzde ve frekans kullanılmıştır. Ayrıca öğretmen adaylarının Analiz-I dersi dönem notları ile çalışmada kullanılan bilgi testi karşılaştırılmıştır.

BULGULAR

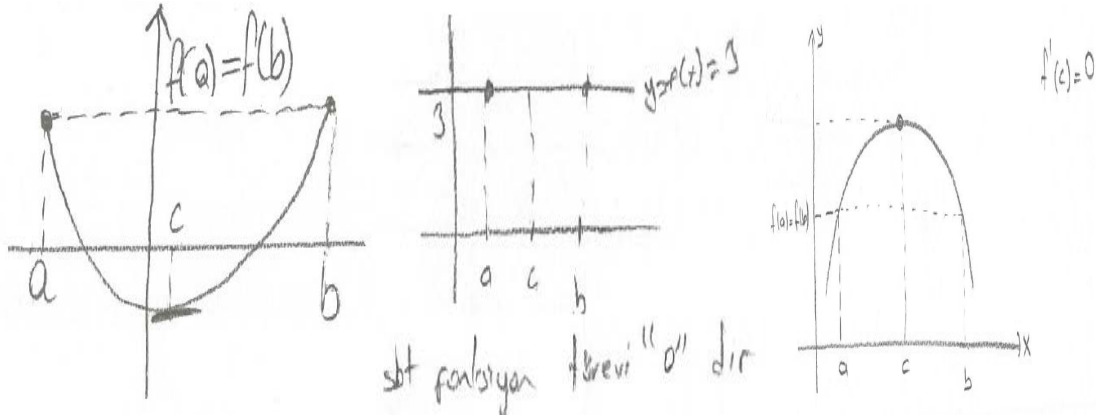
Matematiksel modellerin, matematiksel kanıt yapmada öğrencilere yardımcı olacağı düşüncesinden yola çıkarak, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının teoremlerin ifadeleri ile ilgili yanıtları incelenmiş ve belirlenen kriterlere göre bulgular Tablo 1 de verilmiştir. Tablo 1 oluşturulurken yaklaşık değerler alınarak yuvarlama yapılmıştır.

Tablo 1: İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Teoremlerin İfadeleri

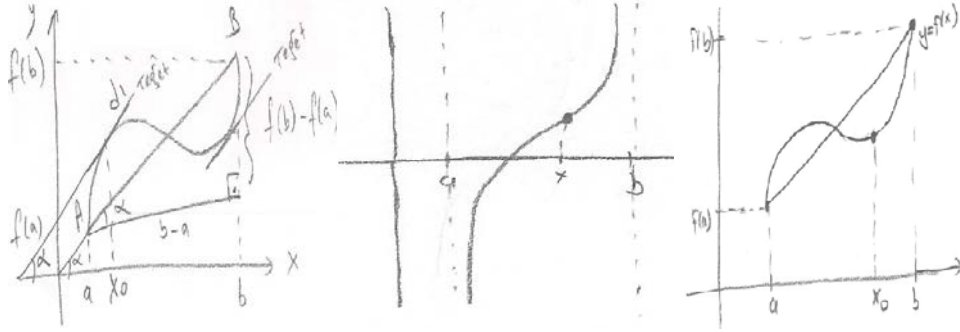
Teoremler	Kriterler				Toplam f(%)
	Doğru f(%)	Yanlış f(%)	Kısmen Doğru f(%)	Boş f(%)	
Sandviç Teoremi	9(6,3)	91(63,2)	7(4,8)	37(25,7)	144(100)
Ara Değer Teoremi	75(52,3)	39(27,2)	13(9,2)	16(11,3)	144(100)
Balzano Teoremi	83(57,9)	34(23,9)	7(4,8)	19(13,4)	144(100)
Rolle Teoremi	47(32,7)	41(28,9)	19(13,4)	36(25)	144(100)
Ortalama Değer Teoremi	46(32)	47(32,7)	41(28,9)	9(6,3)	144(99,9)
Toplam	259(36,2)	252(35,3)	87(12,15)	117(16,35)	144(100)

Tablo 1 incelendiğinde öğretmen adaylarının sadece Sandviç Teoremi hariç diğer teoremlere vermiş oldukları yanıtlardan başarılı oldukları söylenebilir. Fakat yanlış cevap oranının da ortalama olarak (%35,3) yüksek oluşu verilen bir matematiksel ifadeye uygun matematiksel modeli çizme noktasında öğretmen adaylarının güçlükler yaşadıkları söylenebilir. Ayrıca öğretmen adaylarının çalışmanın uygulandığı Analiz-I dersindeki başarı ortalamasının %41,5 olduğu belirlenmiş olup teoremlerdeki ortalama başarı (%36,2) ile paralellik göstermiştir.

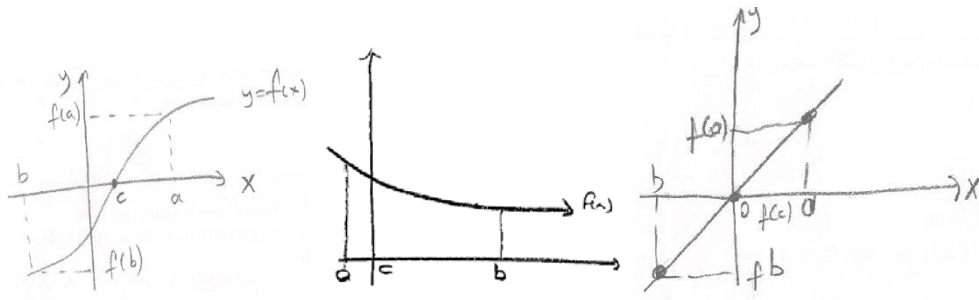
Aşağıda öğretmen adaylarının Rolle Teoremi için vermiş oldukları yanıtlardan “doğru”, “yanlış” ve “kısmen doğru” cevap kategorilerine birer verilmiştir.



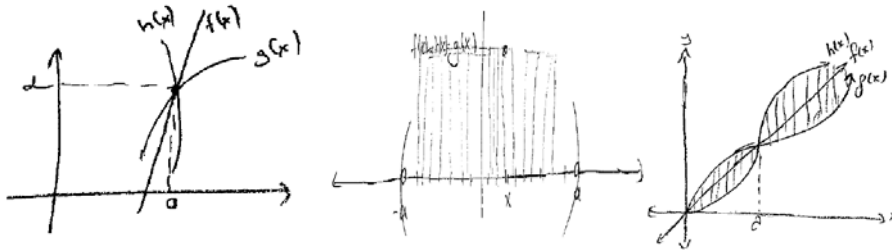
Aşağıda öğretmen adaylarının Ortalama Değer Teoremi için vermiş oldukları yanıtlardan “doğru”, “yanlış” ve “kısmen doğru” cevap kategorilerine birer verilmiştir.



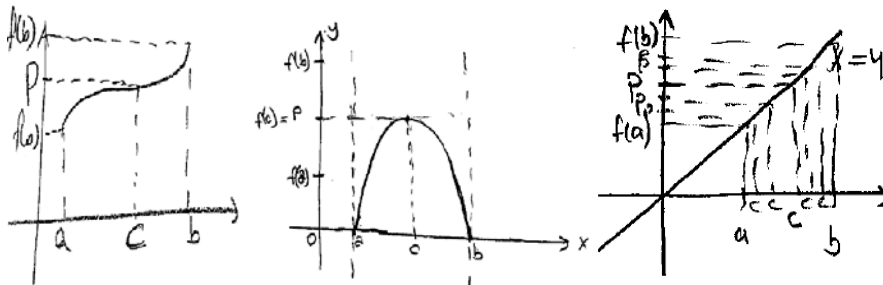
Aşağıda öğretmen adaylarının Balzano Teoremi için vermiş oldukları yanıtlardan “doğru”, “yanlış” ve “kısmen doğru” cevap kategorilerine birer verilmiştir.



Aşağıda öğretmen adaylarının Sandviç Teoremi için vermiş oldukları yanıtlardan “doğru”, “yanlış” ve “kısmen doğru” cevap kategorilerine birer verilmiştir.



Aşağıda öğretmen adaylarının Ara Değer Teoremi için vermiş oldukları yanıtlardan “doğru”, “yanlış” ve “kısmen doğru” cevap kategorilerine birer verilmiştir.



SONUÇ

Öğretmen adaylarının cevapları incelendiğinde genel olarak ortalamının (% 36,2) altında olduğu belirlenmiştir. Ayrıca belirgin olarak öğretmen adaylarının Ortalama Değer teoreminde x_0 noktasından geçen doğruyu

çizmedikleri, Balzano teoreminde ise genel olarak eğri ve doğruların (0,0) noktasından geçtiğini düşündükleri belirlenmiştir. Bununla birlikte birçok matematiksel gösterimlerde hata yaptıkları gözlenmiştir. Öğretmen adaylarının teoremleri içeren Analiz-I dersi ile uygulanan bilgi testi arasındaki paralellikten, teoremlerin içselleştirilmesinin başarıyı da beraberinde getirdiği araştırmacılar tarafından düşünülmektedir.

Öğrencilerin matematik başarı düzeylerinin düşüklüğü, onların doğuştan getirdikleri bir durum değildir. Bu başarısızlığın temel nedeni olarak, matematiksel kavramların ne anlama geldiğini bilmeden ve bu kavramlar arası ilişkileri oluşturmadan, ezberlemeyi temel alan geleneksel eğitim sisteminin olduğu düşünülebilir. Matematik derslerinde bir kavramın öğrencilere doğrudan verilmesi, kavramın öğrenilmesini ve içselleştirilmesini zorlaştırmaktadır.

Matematik neyin doğru olduğunu, neden doğru olduğunu açıklamak için önemli bir araç (Almeida, 1996) olup kanıtlanma sezgilerin, matematiksel düşünme sisteminin geliştirilmesi ve anlatılması için kullanılabilecek güçlü bir yoldur. Yapılan birçok araştırmanın sonuçları öğrencilerin kanıt yapmakta ve özellikle de bir kanıt başlamakta zorlandıklarını göstermektedir. Bunun yanı sıra öğretmenlerin de öğrencilere kanıt ve kanıt yapmanın doğasından uzak etkinlikler sundukları görülmektedir. Bu nedenle öğrencilerde matematiksel düşüncenin gelişmesinde öğretmenlerin önemli bir rolünün olmasının yanı sıra sınıf içinde yapılan sorgulamalar da öğrencilerin kavramsal bilgilerinin gelişiminde önemli bir rol oynamaktadır. Bunun için de kendilerinin matematiksel kanıt yapma yönünden donanımlı olmaları gerekmektedir. Bu noktada matematik öğretmeni adaylarının kanıt yapmaya başlamadan önce teoreme ait olan ifadenin anlamını öğrenmesi gerekir.

Matematiksel modeller verilen bir ifadenin içselleştirilmesinde önemli bir rol üstlenmekte olup, öğretmen adayının zihninde oluşturulacak bir zihinsel model ile literatürün aksine (Baker & Campbell, 2004; Edwards & Ward, 2004; Knapp, 2005; Moore, 1994; Gibson, 1998; Weber, 2006) kanıt yapmaya olan tutumu değiştirmeğe olanak sağlayabilir.

Elde edilen sonuçlar ışığı altında; öğretmen adaylarına sadece teori öğretilmemeli bununla beraber analitik düşünme de öğretilmelidir. Her kavrama ait bir matematiksel model oluşturulabiliyorsa, bu matematiksel model öğrencilere verilmelidir. Araştırmaya katılan öğretmen adayları ile bu konu hakkında nitel görüşmeler yapılarak görüşleri alınabilir. Ayrıca yapılacak bir öğretim yöntemi ile (model ile öğretim yöntemi) kanıt yapmaya olan tutum pozitif yönde arttırılabilir ve böylelikle de matematik başarısı daha yukarılara çıkarılabilir.

Not: Bu çalışma 25-27 Nisan 2013 tarihlerinde Antalya’da 28 Ülkenin katılımıyla düzenlenen “International Conference on New Trends in Education - ICONTE-2013”da sözlü bildiri olarak sunulmuştur.

KAYNAKÇA

Almeida, D. (1996). Justifying and proving in the mathematics classroom. *Philosophy of Mathematics Education Newsletter*, 9,.

Almeida, D. (2000). A survey of mathematics undergraduates’ interaction with proof: some implications form mathematics education. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. 31(6), 869–890.

Almeida, D. (2003). Engendering proof attitudes: can the genesis of mathematical knowledge teach us anything? *International Journal of Mathematical Education in Science and Education*, 34(4), 479-488.

Anapa, P. & Şamkar, H. (2010) Investigation of undergraduate students’ perceptions of mathematical prof. *Procedia Social and Behavioral Sciences*. 2, 2700–2706.

Arslan, Ç. (2007). İlköğretim Öğrencilerinde Muhakeme Etme ve İspatlama Düşüncesinin Gelişimi. Yayınlanmamış doktora tezi. Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Baker, D. & Campbell, C. (2004). Fostering the development of mathematical thinking: Observations from a proofs course. *Primus*. 14 (4), 345–353.

- Balcı, M. (2008). *Genel Matematik (5. Baskı)*. Ankara: Balcı yayınları.
- Bransford, J. D., Brown, S. J., & Cocking, R. (1999). *How People Learn*. Washington, D.C.:National Academy Press.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö.E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2008). Bilimsel araştırma yöntemleri. Ankara: Pegem Yayınları.
- Crocker, L. & Algina, J. (1986). Introduction to classical and modern test theory. Fort Worth: Holt, Rinehart and Winston Inc.
- Çepni, S. (2009). *Araştırma ve Proje Çalışmalarına Giriş (4. Baskı)*. Trabzon.
- Çihtaş, A. (2011). *Dizi ve Seriler Konusunun Matematiksel Modelleme Yoluyla Öğretiminin İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Öğrenme ve Modelleme Becerileri Üzerine Etkisi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Erzurum
- de Villiers, M. (1990). The role and function of proof with sketchpad. *Pythagoras*. 24, 17–24.
- Doruk, B. K. (2010). *Matematiği Günlük Yaşama Transfer Etmede Matematiksel Modellemenin Etkisi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Ankara: Hacettepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Edwards, B.S. & Ward, M.B. (2004). Surprises from mathematics education research: Student (mis)use of mathematical definitions. *The American Mathematical Monthly*. 111, 411–424.
- Gibson, D. (1998). *Students' use of diagrams to develop proofs in an introductory analysis course. Students' proof schemes*. In E. Dubinsky, A. Schoenfeld, & J.Kaput (Eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education*, III, 284–307. AMS.
- Hanna, G. (2000). Proof, explanation and exploration: an overview. *Educational Studies in Mathematics*,44,5-23.
- Jones, K. (2000). The Student Experience of Mathematical Proof at University Level. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. 31(1), 53-60.
- Knapp, J. (2005). Learning to prove in order to prove to learn. [online] : Retrieved on 20-November-2009 at URL: http://mathpost.asu.edu/~sigm/issues/2005_spring/SJGM_knapp.pdf
- Knuth, E.J. (2002). Secondary school mathematics teachers' conceptions of proof. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(5), 379-405.
- MEB (2005). İlköğretim Okulu Matematik Dersi 6-8 Sınıflar Öğretim Programı. Devlet Kitapları Müdürlüğü Basım Evi.
- Moore, R.C. (1994). Making the transition to formal proof. *Educational Studies in Mathematics*, 27(3), 249-266.
- Moralı, S., Uğurel, I., Türnüklü, E., & Yeşildere, S. (2006). Matematik Öğretmen Adaylarının İspat Yapmaya Yönelik Görüşleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*. 14(1), 147–160.
- Okur, M., Bahar, H. H., Akgün, L., & Bekdemir, M. (2011). Matematik Bölümü Öğrencilerinin Öğrenme Stilleri ile Sürekli Kaygı ve Akademik Başarı Durumları. *Türkiye Sosyal Araştırma Dergisi*, 15(3),123-134
- Olkun, S. & Uçar, T. Z. (2007). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*. Ankara: Maya Akademi Yayın Dağıtım.

Raman, M. (2003). What are they and how can they help us understand how people view proof? *Educational Studies in Mathematics*. 52, 319–325.

Recio, A.M. & Godino, J.D. (2001). Institutional and Personal Meanings of Mathematical Proof. *Educational Studies in Mathematics*. 48(1), 83-89.

Stylianides, A.J. (2007) The notion of proof in the context of elementary school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*. 65(1),1–20.

Turgut, M.F. (1990). Eđitimde ölçme ve değerlendirme metodları (7. Baskı). Ankara: Saydam Matbaası

Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği, Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakóltesi Dergisi, 24, 234–243.

Weber, K. (2001). Student Difficulty in Constructing Proofs: The Need for Strategic Knowledge. *Educational Studies in Mathematics*. 48, 101–119.

Weber, K. (2003). Students' difficulties with Proof, MAA Online: Research Sampler, http://www.maa.org/t_and_l/sampler/rs_8.html

Weber, K. (2006). *Investigating and teaching the processes used to construct proofs*. In F.Hitt, G. Harel & A. Selden(Eds), *Research in Collegiate Mathematics Education*, VI, 197-232. AMS